



UNIRIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

CURSO DE PEDAGOGIA

NATAN DA SILVA ANDRADE

**Dificuldade dos professores, dificuldade dos alunos: ambientes de ensino e
aprendizagem da multiplicação**

Rio de Janeiro/RJ

Dezembro/2016

NATAN DA SILVA ANDRADE

Dificuldade dos professores, dificuldade dos alunos: ambientes de ensino e aprendizagem da multiplicação.

Monografia apresentada para obtenção do título de licenciado em Pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO.

Orientação: Prof^ª. Dr^ª. Ana Maria Carneiro Abrahão

Rio de Janeiro / RJ

Dezembro / 2016

Este trabalho é dedicado a um conjunto de pessoas que fizeram ser possível realiza-lo.

À Deus primeiramente, pois Ele permitiu colocar as pessoas certas nas horas certas.

Aos meus pais, que foram meu suporte, para que eu conseguisse concluir meus estudos, apesar das dificuldades dessa minha jornada, que começou em 2011.

À minha noiva Rose, que esteve sempre ao meu lado me aconselhando juntamente com sua mãe, que também é minha tia, Maria Aparecida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me deram apoio e ajuda para que eu não desistisse desse sonho que começou lá atrás, em 2006, no Curso Normal, a Formação de Professores do Ensino Médio. Não poderia deixar de agradecer à minha orientadora, Ana Abrahão, que, entre meus problemas pessoais e as dificuldades para conseguir concluir meus trabalhos acadêmicos, tornou-se uma grande amiga, disposta a me ajudar, ouvir e dar a mão no momento em que fosse preciso. Sem a insistência dela, aliada às minhas forças familiares, eu não teria conseguido realizar nem um terço desse trabalho. Por isso, meu muito obrigado a todos esses sujeitos que fizeram parte desta longa caminhada.

RESUMO

É nítido a importância que uma boa formação no primeiro segmento do Ensino Fundamental exerce ao longo de toda vida escolar. Esse nível de ensino primário tem peculiaridades que o difere dos demais níveis de ensino, e a utilização do professor polivalente nos anos iniciais pode ser considerada a característica mais marcante. Segundo as leis em vigor, para que um professor possa lecionar nas séries iniciais do Ensino Fundamental, do 1º ao 5º ano, ele deve possuir a Licenciatura em Pedagogia ou, em alguns casos, apenas ser formado no Curso Normal, a Formação de Professores do Ensino Médio. Em ambos os casos, percebe-se que o tempo dedicado à formação do professor voltado para ensino da Matemática é insuficiente quando comparado à carga horária que essa disciplina ocupa nos currículos escolares. Dessa forma, o presente trabalho aborda essa problemática de maneira ampla, observando diferentes ângulos: do pesquisador, dos professores em formação (alunos da pedagogia), e dos alunos do primeiro segmento do Ensino Fundamental. Todo esse trabalho, entretanto, utilizou a multiplicação como “termômetro” indicador de dificuldades tentando, dessa forma, mostrar as possíveis causas do ciclo vicioso de dificuldades em Matemática que se arrastam ao longo de toda vida escolar, desde os anos iniciais até a graduação, que dificilmente são identificadas e tampouco sanadas.

Palavras-chave: Anos iniciais. Dificuldades em Matemática. Formação de Professores. Ciclo vicioso. Multiplicação.

ABSTRACT

It is clear the importance that a good education in the first segment of Elementary School plays throughout the school life. This level of primary education has peculiarities that differentiate it from other levels of education, and the use of the polyvalent teacher in the initial years can be considered the most striking feature. According to the laws in force, for a teacher to be able to teach in the initial grades of Elementary School, from the 1st to the 5th year, he must have a Degree in Pedagogy or, in some cases, only be graduated in the Normal Course, High school. In both cases, it can be seen that the time devoted to teacher training aimed at teaching mathematics is insufficient when compared to the time load that this discipline occupies in school curricula. In this way, the present work approaches this problem in a wide way, observing different angles: the researcher, the teachers in formation (students of the pedagogy), and the students of the first segment of Elementary School. All this work, however, used multiplication as a "thermometer" indicator of difficulties, trying to show the possible causes of the vicious cycle of difficulties in mathematics that creep throughout school life, from the initial years until graduation, which are difficult to identify and remedy.

Keywords: Elementary school. Difficulties in Mathematics. Teacher training. Vicious cycle. Multiplication.

SUMÁRIO

1-	INTRODUÇÃO -----	6
	1.1 - Motivações para o estudo da temática -----	6
	1.2 - Contextualização do problema de pesquisa -----	7
	1.3 - Formulando a questão de pesquisa -----	8
	1.4 - Caminhos percorridos -----	9
	1.5 - Relevância e contribuições da temática -----	11
	1.6 - Objetivos da pesquisa -----	14
2-	REVISÃO DA LITERATURA -----	15
	2.1 - Entraves no ensino da Matemática nos anos iniciais -----	15
	2.2 - O domínio dos diferentes campos no ensino da multiplicação -----	17
	2.3 - Caminhos para a construção do aprendizado da multiplicação -----	19
3-	METODOLOGIA -----	25
4 -	ANÁLISE DO ESTUDO -----	28
	4.1 - Pesquisa com alunos da Pedagogia da UNIRIO: dificuldades nos anos iniciais do Ensino Fundamental -----	28
	4.2 - Pesquisa de campo: como os alunos do 3º ano do E.F. lidam com a multiplicação? -----	33
	4.2.1 - Teste T1: Análise de capacidade de resolução de tarefas do campo aditivo -----	33
	4.2.2 - Teste T2: Compreensão das ideias do Campo Multiplicativo / Tabela Pitagórica -----	36
5 -	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS -----	40
6 -	CONCLUSÕES -----	42
7 -	REFERÊNCIAS -----	43
	ANEXO I -----	45
	ANEXO II -----	46
	ANEXO III -----	47

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivações para o estudo da temática

Durante a maior parte da minha vida escolar, principalmente no segundo segmento do Ensino Fundamental, tive bastantes dificuldades com a Matemática, mas não sabia exatamente o real motivo de eu não conseguir desenvolvê-la com facilidade. Lembro-me que na maioria dos finais de bimestre, após o lançamento das notas das provas, alguns professores mostravam seus diários de classe com as notas boas em azul e as baixas em vermelho, e comumente o diário de classe da disciplina de Matemática aparecia com o famoso “banho de sangue”, como eram chamadas as excessivas notas em vermelho. Eu era considerado um bom aluno, porém não conseguia acompanhar o aprendizado de Matemática, assim como muitos dos meus colegas, tanto que, somente no 6^a ano consegui aprender a realizar cálculos de divisão e entender o real significado dele, o que deveria ser aprendido pelo menos três séries antes. No entanto, a partir do 9^o ano passei a ter contato com bons professores de Matemática, que mantinham a rigorosidade na quantidade de atividades, mas que sabiam ministrar aulas de forma bastante ligada a realidade e, quando possível, aliada a ludicidade, fator que despertava não só minha atenção, como também a da turma. A partir de então, perdi o receio que tinha em relação à Matemática, passando do medo para o encanto, e do não entendimento ao aprendizado.

Minha passagem pelo Curso Normal mostrou diferentes formas de abordagem da Matemática na sala de aula para além daquelas que eu havia visto e vivenciado no Ensino Fundamental, com práticas voltadas ao aprendizado com significado e não apenas para decorar tabuadas. Em seu artigo sobre a formação para o ensino da Matemática, Serrazina (2002, p.2) afirma que “os alunos constroem activamente o seu conhecimento, logo o modelo de ensino não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras chave”. O ingresso no curso de Pedagogia ampliou esses conceitos e me fez querer aprofundá-los a partir do momento em que cursei as disciplinas de Matemática na Educação I e II. Iniciei então, a participação no Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – EDMAT, a convite da professora Ana Abrahão e sob sua coordenação.

O grupo de estudos EDMAT fez uma análise de várias produções publicadas sobre a formação inicial do professor que ensina Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os dados foram obtidos pelo mapeamento das dissertações e teses

brasileiras no período compreendido entre 2001 e 2012 no Rio de Janeiro, produzidas em programas de pós-graduação *stricto sensu* na área de Ensino e Educação da CAPES.

Essa análise identificou somente quatro trabalhos produzidos nesse período no nosso estado, porém nenhum deles investigava a formação docente para ensinar o campo multiplicativo. A percepção da escassez em relação ao assunto obtida através dessa análise, juntamente com minha reflexão sobre as dificuldades com a Matemática que vivenciei ao longo da minha formação acadêmica, revelou um problema a ser investigado e desencadeou o início da produção desse trabalho.

1.2. Contextualização do problema de pesquisa

Durante uma prática pedagógica em sala de aula, numa turma de 4º ano do Ensino Fundamental de um colégio municipal de Duque de Caxias – RJ tive a oportunidade de assumir por cerca de duas semanas metade de uma turma de 26 alunos com sérias dificuldades em compreender operações de multiplicação. Até então o ensino da Matemática vivenciado pela turma se restringia a algoritmos, contas de “arme e efetue”, único método que a professora assumia saber utilizar, visto que reconhecia suas dificuldades com a Matemática. Percebia-se que a professora tinha um domínio mínimo dos conteúdos de Matemática, que eram “ensinados” da forma tradicional e o mais breve possível. Essa situação reflete a linha de pensamento de Shulman (1987), onde afirma que:

“[...] a base de conhecimentos para o ensino se refere a um corpo de conhecimentos, concepções e disposições construídas em diferentes momentos, contextos e experiências vividas pelo estudante-professor ao longo da sua trajetória pessoal, escolar, acadêmica e profissional.

São justamente esses conhecimentos, concepções e disposições que dão forma à base de conhecimentos do estudante-professor e, além de serem requeridos para o ensino, também influenciam e determinam a maneira como desempenhará suas funções nas situações de ensino e aprendizagem e no exercício da profissão docente” (MARCON; GRAÇA; NASCIMENTO, 2010, p.3¹).

Dessa maneira, podemos entender que o professor precisa dominar os conteúdos curriculares e didáticos do que vai ensinar. Se o professor da turma se sente inseguro, é natural que os alunos reproduzam esse sentimento. Sobre isso, Ball (2002) afirma que

“Primeiro, aprender a fazer Matemática na escola, como ela é usualmente ensinada, pode nem mesmo garantir sucesso ao estudante em relação ao conhecimento apropriado da, ou, sobre Matemática. Segundo, saber Matemática para si pode não ser o mesmo que saber Matemática para ensinar a alguém. [...] Finalmente, conhecimento

¹ SHULMAN, 1987. Traduzido pelos autores

do conteúdo disciplinar não existe separado do necessário para ensinar, mas dá forma e é moldado por outros conhecimentos e crenças” (TEIXEIRA, 2011, p.4²)

Insegurança era justamente o sentimento que os alunos demonstravam, assim como observei no terceiro dia de encontro, quando a professora da turma onde eu realizava a prática iria dar aula de Matemática e os alunos logo solicitaram que eu desse a aula para toda a turma. Quando a professora lhes perguntou o porquê, eles afirmaram, apontando para o quadro do fundo da sala, que as aulas de Matemática do professor Natan eram mais fáceis de entender, por conta do uso dos “brinquedos”, referindo-se ao Material Dourado e ao Ábaco, que facilitavam o aprendizado.

Percebendo a dificuldade dos alunos de interpretação dos problemas que eu havia proposto, acreditei que o trabalho com materiais concretos facilitaria o aprendizado, pois os exercícios poderiam ser “manipulados”, e eu conseguiria transpor questões abstratas para a realidade daqueles alunos. Trabalhar a dificuldade de interpretação, também foi fundamental na prática para que eu obtivesse êxito no ensino. Dessa forma, procurei analisar em que nível de aprendizado os alunos se encontravam, acreditando que a Matemática exige uma lógica sequencial para aprendizado de fórmulas, mas não necessariamente em questões de dedução.

“todos os conteúdos matemáticos são construídos e organizados de acordo com uma sequência. Estas acompanham todo o processo de construção de conceitos matemáticos, mesmo não possuindo uma única regra, pois esta varia de acordo com o desenvolvimento cognitivo de cada indivíduo” (ABRÃO e SILVA, 2012. p.75)

Percebi que em relação à adição e à subtração os alunos se saíam muito bem, e era o que eu já esperava para o nível em que eles estavam, mas na divisão e na multiplicação todos os alunos tinham muitas dificuldades, que se agravavam ainda mais quando as questões eram colocadas em problemas de leitura e interpretação. Com essa percepção, eu sempre procurava adequar à realidade da turma as várias atividades propostas, bem como disponibilizar exemplos que tivessem a ver com o seu cotidiano.

1.3. Formulando a questão de pesquisa

No grupo de estudos e pesquisas EDMAT, buscando possíveis soluções para o problema, marcado pela professora que não consegue ensinar e pelo aluno que não consegue aprender, percebi a importância de investigar ambientes de aprendizagem do campo multiplicativo que pudessem responder à questão: Qual o entendimento que alunos dos anos iniciais têm para resolver problemas do campo multiplicativo?

² BALL, 2002. Traduzido pelo autor

Trabalhos de alguns pesquisadores me ajudaram a entender melhor porque a multiplicação se apresenta como um entrave na compreensão Matemática das pessoas. Minha base teórico-metodológica envolveu o livro de Fiorentini e Lorenzato (2012), que me auxiliou bastante na estruturação do presente trabalho, principalmente no que diz respeito ao modo de como fazer a coleta de informações, no processo de sistematização e na análise das informações. Com as leituras de Borba (2010), Teixeira (2011) e Moreira (2002), tive acesso a várias citações e interpretações sobre a Teoria dos Campos Conceituais, que já havia estudado nas aulas de Matemática na Educação II no curso de Pedagogia. Essa teoria, criada por Gérard Vergnaud por meio de pesquisa com estudantes, visa compreender como eles constroem conhecimentos matemáticos e é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois permite buscar formas mais eficientes de trabalhar os conteúdos curriculares. O livro “A criança, a Matemática e a Realidade” de Vergnaud (2009) me auxiliou no desenvolvimento e análise das atividades e exercícios e nos procedimentos adotados para a aplicação da pesquisa em campo com os alunos.

Conforme os autores supracitados afirmam, a teoria dos campos conceituais auxilia no entendimento de como as crianças constroem os conhecimentos matemáticos e o caminho que percorrem para encontrar a solução dos problemas. Indo por esse caminho, me ocorreu que aliar a operação de multiplicação a atividades desafiadoras poderia ser uma forma facilitadora de as crianças entenderem ideias do Campo Multiplicativo.

A articulação das referências teóricas e o documento curricular oficial, isto é, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino da Matemática (BRASIL, 1997), orientaram o desenvolvimento e a análise desse estudo e terão um aprofundamento melhor no capítulo 2.

1.4. Caminhos percorridos

Refletindo sobre essas contribuições teóricas e epistemológicas acerca da aprendizagem em Matemática, estive em sala de aula a observar a prática pedagógica de aulas de Matemática na referida turma de 4º ano, já citada. Como já mencionei, a professora regente, que aqui nomearei como V., trabalhava a Matemática de uma maneira bastante expositiva e tradicional, com métodos que se restringiam a algoritmos, onde os exercícios de “a” a “z” enchiam o quadro e, muitas vezes, funcionavam para obter um curto período de quietude dos alunos. Então, poucas eram as questões-problema que faziam parte daquelas que estavam no quadro, e quando havia algum exercício relacionado à multiplicação, V. achava melhor não o incluir nas questões-problema, deixando-o apenas no tradicional algoritmo. Isso, porém, não a impedia de corrigir um a um no final da aula.

Observando essa situação e conversando durante um intervalo de aula, V. assumiu suas dificuldades que se estendiam desde o período de sua formação escolar em relação à Matemática, e que a única maneira que acreditava ser melhor para ela ensinar era aquela. E, quando o assunto era multiplicação, a forma encontrada se restringia a exposição por meio de algoritmo. Sem descartar a dificuldade encontrada por ela em assumir uma turma com alunos com níveis de conhecimento absurdamente díspares, fator reportado como advindo das aprovações automáticas, percebi que V. conhecia fórmulas e técnicas de resolução dos conteúdos, mas sua dificuldade estava em como ensiná-los a seus alunos. Ela não conseguia dar aula de outra forma, provavelmente por conta da sua própria formação, com déficits tanto no aprendizado dos conhecimentos específicos, quanto na didática a ser aplicada para se alcançar o aprendizado. A problemática da formação docente é destacada nos PCN (BRASIL, 1997) ao afirmarem que, em decorrência

dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p.22)

Defendendo a formação permanente do professor, Paulo Freire (1996, p.14) afirma que “não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino”. O professor, entendido como eterno pesquisador deve, portanto, estar sempre em busca de novos aprendizados, principalmente no mundo cada vez mais globalizado em que vivemos, onde o acesso ao aprendizado se dá por diferentes meios, principalmente os digitais, e não exclusivamente no espaço escolar. Os conteúdos dados pelo professor precisam fazer sentido para os alunos e a proximidade desses conteúdos com a realidade deles facilita e propõe significação ao aprendizado. Dessa maneira,

pode-se superar o ensino tradicional quando o professor elenca maneiras de fazer com que os alunos sintam-se convidados a pensar um passo à frente do que foi ensinado, isto é, para além dos exercícios. É comum o desinteresse e dificuldade dos alunos para com a aprendizagem da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sendo assim, há de se estimular o aluno aprendente a querer saber mais sobre o desconhecido, dado que o desinteresse pela escola não deve ser visto como algo normal e rotineiro, fator este que muitas vezes reflete falhas na metodologia de ensino utilizada pelo professor. (ABRÃO e SILVA, 2012. p.68)

A sala de aula da professora V., onde eu realizara a prática pedagógica, a partir de então, estava dividida em duas partes, tornando-se espaço de experimentação, onde pude colocar em prática os aprendizados das aulas de Matemática na Educação, da graduação em Pedagogia. Recebi da direção da escola, através da professora V., materiais como Ábaco, Material Dourado e Material Cuisenaire que ainda estavam lacrados nas suas embalagens originais, guardados há

tempos na secretaria da escola e que nunca haviam sido utilizados. Utilizei todos, busquei mais atividades além das que eu tinha disponível e o resultado foi aparecendo em forma de aprendizado rápido e envolvimento maior dos alunos com os conteúdos. Tamanha foi a interação e o envolvimento dos alunos que a partir de então, em vez de metade, toda a turma passou a assistir minha aula.

Apesar de ter vivenciado uma experiência teórica em sala de aula no curso de Pedagogia, onde aprendi que, em alguns casos, o aprendizado não depende necessariamente de obedecer uma linearidade de grau de dificuldade de exercícios, comecei minha experiência com a turma realizando atividades que continham problemas envolvendo adição e subtração, até os que utilizavam multiplicação e divisão, o que contribuiu para identificar em qual nível de aprendizado se encontravam, e em que tinham mais (ou menos) dificuldade. Em uma análise semelhante a esse processo não-linear adotado por mim na identificação das atividades utilizadas de acordo com o grau de aprendizado e dificuldade, Vergnaud (2009) esclarece que:

A ordem de complexidade crescente das noções adquiridas pela criança não é, aliás, a ordem total ou linear, no sentido de que a criança deveria necessariamente adquirir a noção A, depois a noção B, depois a noção C, etc. [...] É uma ordem parcial ou com vários ramos, pois as noções A e B podem muito bem ser adquiridas indiferentemente numa ordem ou noutra, ou simultaneamente, sendo ao mesmo tempo, elas próprias, anteriores à aquisição de uma outra noção C. (VERGNAUD, 2009, p. 16)

Seguindo a mesma linha de raciocínio, um trecho do PCN (BRASIL, 1997) afirma que

Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros necessários e deve-se escolher um certo percurso, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente. [...] Por vezes, essa concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo inicial da cadeia, tomem-se os chamados fundamentos como ponto de partida. É o que ocorre, por exemplo, quando se privilegiam as noções de “ponto, reta e plano” como referência inicial para o ensino de Geometria ou quando se tomam os “conjuntos” como base para a aprendizagem de números e operações, o que não é, necessariamente, o caminho mais adequado. (BRASIL, 1997. p.22)

Ao buscar uma forma mais rápida de fazer os alunos compreenderem de fato cada etapa e como se dava o funcionamento das questões que envolviam a multiplicação, decidi utilizar materiais diversificados nas aulas como elementos facilitadores do aprendizado e da compreensão. Posteriormente, experimentando outros meios que pudessem ser anexados à pesquisa, passei a utilizar também como instrumento facilitador a Tabela Pitagórica da multiplicação. Adotando essa prática, percebi um avanço em relação ao entendimento dos alunos com a matéria, comparado ao que havia antes.

1.5. Relevância e contribuições da temática

Atualmente, nas matrizes curriculares dos cursos de Pedagogia, a Matemática tem ocupado um espaço bastante reduzido, quando comparada à carga horária que o professor deve ensinar no primeiro segmento do Ensino Fundamental. Dessa maneira, o pedagogo tem sua formação comprometida, reduzida ao básico, e não consegue adquirir um domínio total dos conteúdos desejáveis para essa disciplina, nesse nível. Cabe ressaltar aqui Ball (2002) que, com base em suas pesquisas, afirmou o que um professor que atua no primeiro segmento do Ensino Fundamental precisa saber, efetivamente, de Matemática para preparar bem seus alunos:

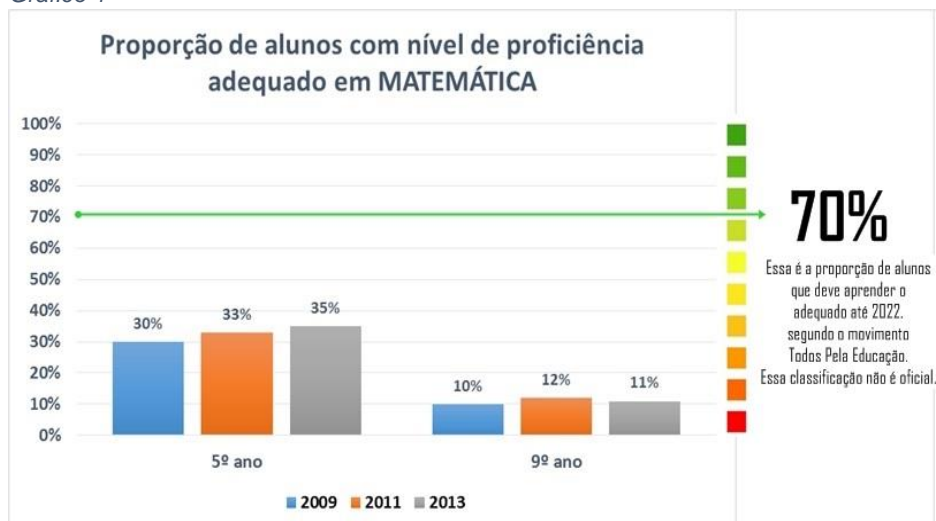
“[...]Para ajudar alguém a entender e a fazer Matemática, ser capaz de “fazê-la” não é suficiente. Um nível necessário de conhecimento para ensinar envolve ser capaz de falar sobre Matemática, não apenas descrever passos para seguir um algoritmo, mas também sobre os julgamentos feitos e os significados e razões de certas relações ou procedimentos [...] é preciso incluir uma linguagem que vai além da representação superficial da Matemática. O conhecimento explícito envolve raciocínios e relações: ser capaz de explicar por que, bem como conectar ideias e procedimentos particulares com outros da Matemática [...]” (TEIXEIRA, 2011, p.3-4³)

O primeiro segmento do Ensino Fundamental possui grande importância na vida escolar dos alunos, uma vez que é nesse período que eles passam a ter contato com os conteúdos que servirão como base para os níveis posteriores. O caso da Matemática requer ainda mais atenção, dada sua importância como disciplina que possui uma das maiores cargas horárias do currículo básico. Sendo assim, qualquer falha nesse processo de ensino primário poderá refletir em dificuldades no segundo segmento do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, haja visto que são nos primeiros anos do Ensino Fundamental que os alunos aprendem conteúdos essenciais, como adição, subtração, multiplicação e divisão.

Um relatório divulgado pelo site Qedu (FRITSCHE e OLIVEIRA, 2015), que utiliza dados de edições da Prova Brasil, mostra que o nível de proficiência (aptidão) dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em matemática entre 2009 e 2013 tem melhorado, mas ainda estão muito aquém do nível considerado adequado, conforme podemos observar no gráfico 1.

³ BALL, 2002, p.6. Traduzido pelo autor.

Gráfico 1



Fonte: Adaptado de <http://www.qedu.org.br/brasil/proficiencia>

O parâmetro utilizado pelo site para medição do nível de proficiência dos alunos em Matemática e em Português é dado de acordo com a pontuação obtida pelos alunos na Prova Brasil, classificando-os em “insuficiente”, “básico”, “proficiente” e “avançado”. Para o Qedu, os alunos com aprendizado adequado são aqueles que estão nos níveis de escala “proficiente” e “avançado”.

O gráfico 1 revela melhora dos níveis de proficiência dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental entre os anos de 2009, 2011 e 2013. Já o mesmo não acontece com os alunos do 9º ano no mesmo período analisado. Além de revelar um baixo índice de proficiência no 9º ano, esses dados podem retratar a fragilidade no aprendizado da Matemática dos anos iniciais, que não se sustenta na continuidade dos estudos e é agravado conforme os alunos avançam nos anos seguintes da formação escolar. Assim, se um aluno não consegue dominar bem as contas de adição e de subtração, possivelmente não conseguirá avançar na multiplicação e na divisão, e mesmo que avance, muito provavelmente o fará com muitas dificuldades. Isso tudo, considerando apenas o campo de Números e Operações.

Percebemos a importância de um ensino de base primária firme, que dê suporte ao aluno para que ele consiga avançar nos demais anos escolares sem tantos impedimentos decorrentes de lacunas no aprendizado. A abordagem sobre o ensino da multiplicação que este trabalho aborda pode servir ao professor como uma espécie de termômetro sobre o aprendizado que seu aluno adquiriu ao longo do primeiro segmento do ensino fundamental, uma vez que

esta é uma operação que exige um domínio, ou pelo menos um conhecimento mínimo de outras duas operações básicas, adição e subtração, além de ser bastante útil para o estudo da divisão.

1.6. Objetivos da Pesquisa

O objetivo geral do presente trabalho pretende indicar as possíveis causas das dificuldades de aprendizagem da multiplicação pelos alunos de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, através disso, buscar a razão no uso da Tabela Pitagórica e atividades diversificadas como alternativa facilitadora do processo ensino-aprendizagem. Buscando foco mais direcionado à pesquisa sobre a multiplicação, não nos aprofundaremos aqui no estudo sobre divisão. Isso, entretanto, não diminui a importância do trabalho em conjunto dessas duas operações em salas de aula, garantindo um aprendizado mais amplo e completo aos alunos. Para o sucesso na realização deste trabalho, nos basearemos nos seguintes objetivos específicos:

- Levantar dados, através de questionário aplicado a estudantes da Pedagogia da UNIRIO, sobre as dificuldades encontradas por eles em disciplinas estudadas no Ensino Fundamental de forma a situar o lugar da Matemática nessas respostas;
- Identificar as possíveis causas das dificuldades encontradas por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas de multiplicação;
- Utilizar a base teórica para análise dos problemas identificados no aprendizado da multiplicação;
- Verificar caminhos para ampliar a compreensão significativa da multiplicação, buscando relações com outras operações básicas e com materiais de apoio, como a Tabela Pitagórica.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Entraves no ensino da Matemática nos anos iniciais.

Enfatizada como disciplina de extrema importância no currículo escolar, a Matemática também se destaca entre vários autores por caracterizar-se como uma disciplina composta de muitos desafios.

Azerêdo (2015) afirma que quando o assunto é o ensino de Matemática nos anos iniciais, o principal desafio enfrentado está ligado principalmente à formação dos professores nos cursos de Pedagogia, pois considera insuficiente o espaço ocupado por essa disciplina na grade curricular atual: “No que se refere à Matemática, tais cursos oferecem, em geral, no máximo duas disciplinas, o que não corresponde a uma formação consistente que englobe as áreas de números e operações, geometria, grandezas e medidas e educação estatística”. (AZERÊDO, 2015, p.1).

Dentre muitos prejuízos causados aos alunos dos anos iniciais, sobretudo na aprendizagem da Matemática, a má formação dos professores que atuam nesse nível é um fator que também interfere no ensino praticado por eles, uma vez que o docente limita consideravelmente sua fórmula de ensino aos métodos básicos ultrapassados, baseados em algoritmos e exercícios de livros didáticos, tornando a Matemática uma disciplina enfadonha e desinteressante. Nessas circunstâncias, Abrão e Silva (2012, p.68) fazem uma análise onde sugerem que “pode-se superar o ensino tradicional quando o professor elenca maneiras de fazer com que os alunos sintam-se convidados a pensar um passo a frente do que foi ensinado, isto é, para além dos exercícios”.

Pensar numa alternativa ao método tradicional é um dos pontos que Souza (2010) também defende:

No entanto, a escola continua a desconsiderar essas formas de cálculo e o trabalho pedagógico ainda é voltado para o ensino do algoritmo, ou seja, da conta armada. As operações são apresentadas como técnicas, procedimentos e ações que, quando aplicadas em seqüência e repetidamente, conduzem à resposta. Na maioria das vezes os alunos memorizam essas técnicas sem atribuir significado algum ao que estão fazendo quando resolvem uma conta. (SOUZA, 2010, p.2)

Uma das maneiras de se trabalhar a Matemática para além do uso massivo dos algoritmos, é com o uso de jogos. Defendendo isso, Grando (2000) afirma que a inserção dos jogos para o ensino da Matemática concede inúmeros benefícios, pois

pelo seu caráter propriamente competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema “provocadoras”, onde o sujeito necessita coordenar

diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos e estabelecer uma ordem. (GRANDO, 2000, p.27)

Do mesmo modo, os PCN destacam que “além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um ‘fazer sem obrigação externa e imposta’, embora demande exigências, normas e controle” (BRASIL, 1997, p.35).

Buscar alternativas diferenciadas para o ensino de conteúdos matemáticos é sem dúvida uma alternativa mais prazerosa e menos forçada para os alunos. Serrazina (2002), em seu artigo sobre a formação para o ensino da Matemática, faz um paralelo entre a Matemática de tempos atrás e a de hoje, mostrando o que realmente é necessário para o ensino dessa disciplina:

Onde a Matemática era vista como um sistema pronto a usar, como um produto, a ênfase está agora no processo de fazer Matemática. Ao mesmo tempo a ideia de que a Matemática consistia no domínio de um conjunto de regras e procedimentos mudou para a ideia de que os alunos devem ter uma profunda compreensão da sua Matemática e ser capaz de explicá-la e justificá-la. Fala-se hoje de competência Matemática e de ser matematicamente competente. Ser-se matematicamente competente na realização de uma dada tarefa implica não só ter os conhecimentos necessários como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta e ainda a disposição para fazê-lo efectivamente. (SERRAZINA, 2002, p.2)

Tão importante quanto a forma de o professor ensinar a Matemática, está a forma de o professor pensar a Matemática. Serrazina (2002) também aborda essa questão ao reafirmar o que Shuard e Cooney defenderam: “como é largamente referido na literatura os professores ensinam como eles próprios foram ensinados” (SHUARD, 1984; COONEY, 1994, apud SERRAZINA, 2002, p.4, tradução da autora). Portanto, quebrar o ciclo vicioso de se ensinar exatamente do mesmo modo como se aprendeu é um passo importante para permitir que novas formas de ensino e aprendizado ocorram. Uma coisa é aprender a Matemática, outra coisa é ensinar a Matemática que se aprendeu.

Além do desafio relacionado à formação do professor que vai ensinar Matemática nos anos iniciais, há também o desafio relacionado ao aprendizado dos conteúdos matemáticos pelo aluno. É nessa fase que os alunos aprendem conceitos básicos que serão utilizados ao longo de sua vida escolar. Seguindo esse pensamento, Canôas (1997) alerta para os problemas que podem surgir, caso haja lacunas no aprendizado de algum conteúdo matemático, nesse caso em multiplicação.

Muitas vezes, a não apreensão de um conceito pode constituir-se em um bloqueio com relação a Matemática, os conceitos se formam e se desenvolvem nas crianças interligados a outros conceitos e situações. Por exemplo, o não entendimento do raciocínio combinatório que envolve a operação de multiplicação, muito provavelmente bloqueará o aluno no estudo de funções, no qual ele encontrará

dificuldade para o entendimento do conceito de relação (uma relação R é um subconjunto do $A \times B$) (CANÔAS, 1997, p. 7-8)

2.2. O domínio dos diferentes campos no ensino da multiplicação

Apesar de poder ser trabalhada desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, o trabalho com conteúdos de multiplicação e divisão são em sua maioria adiados para as séries finais dessa etapa de ensino. Noções simples de Matemática fazem parte da rotina de muitas crianças, até mesmo antes de chegarem ao Ensino Fundamental. Ao separar carrinhos para uma quantidade de coleguinhas, um menino já faz uso da divisão, mesmo que seja de forma simplificada. Ao comparar com um colega a quantidade de brinquedos, ele pode perceber que tem o dobro, mesmo que não saiba nomear dessa forma. Isso demonstra a capacidade de trabalhar desde os anos iniciais conteúdos como multiplicação e divisão, mas que geralmente são rejeitados.

Diversos estudos, dentre os quais podemos destacar os de Piaget (1975, 1996) e os de Nunes (1997, 2005), afirmam que crianças a partir dos seis anos de idade já são capazes de resolver, de modo prático, algumas situações envolvendo as noções de multiplicação e divisão. Contudo, parece-nos que essas evidências não são levadas em consideração na formulação do currículo de Matemática desenvolvido para os anos iniciais do Ensino Fundamental. De fato, tais operações são costumeiramente ensinadas nas escolas brasileiras apenas a partir do 4º ano. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p.518)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) abordam o conteúdo de multiplicação juntamente ao conteúdo de divisão, dando a ideia de que ambos são opostos, mas ao mesmo tempo complementares, sendo interessante e proveitoso o trabalho das duas operações juntas.

Assim como no caso da adição e da subtração, destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado. (BRASIL, 1997, p. 72)

O trabalho com a multiplicação, assim como usualmente praticado por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é iniciado como uma adição de parcelas iguais. Os PCN também destacam esse método, mas reiteram que “no entanto, essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas” (BRASIL, 1997, p. 71).

Nessa etapa inicial, é aceitável e favorável o uso da soma repetida para o ensino do conceito de multiplicação. Contudo, é preciso atenção, pois

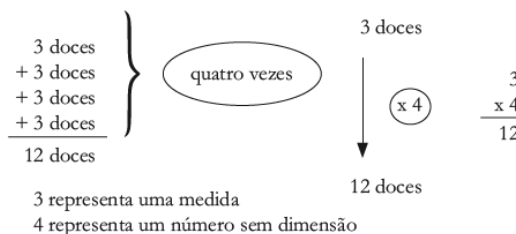
esse modo de conceituar a multiplicação de números naturais (a soma de parcelas iguais), muito embora seja relevante como ponto de partida para a compreensão da multiplicação de números naturais, enfatizando-se os papéis daquele que se repete e daquele que representa o número de repetições, ela não deve ser a única maneira na qual o professor deva basear-se para conceituar a multiplicação e apresentada às crianças. (TEIXEIRA, 2011, p.1)

Magina, Santos e Merlini (2014) ilustram bem a estratégia comumente utilizada por professores dos anos iniciais, como modelo a ser seguido, onde uma operação Matemática precede outra:

Podem-se apontar algumas razões para esse fato, uma delas diz respeito à própria concepção de currículo que norteia a ação pedagógica do professor, qual seja, a ideia de que aprende a adição, depois a subtração e, em continuidade, a multiplicação e a divisão. Sob essa ótica, a introdução do conceito de multiplicação passa primeiro pela noção de que multiplicar é adicionar parcelas repetidas e, por isso, só pode ser ensinada após o trabalho com adição. Na sequência, aumenta-se a quantidade de parcelas para justificar não mais repeti-las, e sim multiplicar um dado valor por esse número de parcelas e, por fim, aumenta-se consideravelmente a magnitude de um dos fatores envolvidos na operação. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p. 518)

Em busca de formas diferentes de ensinar essa operação Matemática, Vergnaud (2009) mostra que o uso de materiais concretos também é útil para o ensino inicial dos conceitos da multiplicação, mas alerta para suas limitações, assim como acontece na adição de parcelas iguais:

Partir de um material concreto para ensinar a multiplicação leva obrigatoriamente a introduzir a multiplicação como adição reiterada de uma mesma quantidade e, em consequência, a fazer do multiplicando uma medida, e do multiplicador um simples operador sem dimensão física.



Essa falta de simetria entre multiplicando e multiplicador faz com que os números que podem ser colocados no multiplicando e no multiplicador não sejam os mesmos nas diversas etapas do ensino da multiplicação. Embora se possa colocar de pronto números de muitos algarismos no multiplicando, não se pode usar no multiplicador senão operadores simples, de um algarismo. Também, quando a criança já trabalha com números com vírgula, a presença destes no multiplicando não traz qualquer problema, mas traz ao multiplicador. (VERGNAUD, 2009, p.183)

O que os autores e os PCN (BRASIL, 1997) destacam, diz respeito também à importância de garantir o aprendizado da multiplicação de maneiras diversificadas, uma vez que a multiplicação possui maneiras diferentes de se apresentar devido ao seu caráter comutativo, cujo resultado independe da ordem em que os elementos são operados. Essa comutatividade

inerente à multiplicação garante uma facilidade no momento em que os cálculos são realizados, pois em cálculos rápidos e/ou extensos permite a liberdade de escolher a ordem dos fatores, sem alterar o produto final.

Podemos perceber que o problema não se encontra na utilização da adição de parcelas iguais para ensinar os conceitos de multiplicação, mas na restrição do conceito de multiplicação somente à adição de parcelas iguais. Um ensino de multiplicação pautado somente em situações-problema aditivas não são suficientes para que o aluno compreenda os demais campos abrangidos por ela. Seguindo essa linha de raciocínio, Magina, Santos e Merlini (2014, p.518) frisam que “do ponto de vista didático, restringir multiplicação à adição de parcelas iguais repetidas implica considerar que multiplicação sempre aumenta, o que não é verdade em outro domínio numérico como, por exemplo, no campo dos números racionais ($0,5 \times 0,5 = 0,25$)”.

Um aprendizado mais amplo e completo da multiplicação exige que o professor explore em suas aulas as quatro principais ideias do campo multiplicativo. Segundo os PCN (BRASIL, 1997), o ensino dessas ideias não precisa obedecer nenhuma ordem hierárquica, mas é importante que todas sejam trabalhadas. São elas denominadas multiplicação comparativa, multiplicação proporcional, multiplicação retangular e multiplicação combinatória. Como exemplos para cada grupo, os PCN apresentam:

Multiplicação Comparativa — Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

Multiplicação Proporcional — Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (A ideia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3 está para 24.)

Multiplicação Retangular — Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

Multiplicação Combinatória — Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

(Adaptado de BRASIL, 1997, p. 72-73)

2.3. Caminhos para a construção do aprendizado da multiplicação

O ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem seus altos e baixos quando o assunto em questão é a dificuldade no aprendizado. Normalmente, os professores desse nível de ensino praticam modos de trabalhar essa disciplina que obedecem a regra do mais fácil ao mais difícil. Ensinar adição, por exemplo, pode ser caracterizada como fácil ou difícil dependendo da conta a ser realizada.

O trabalho com adição começa geralmente com operações com números de 0 a 10, para depois avançar em quantidades maiores. Assim, uma conta de $9 + 7$ é mais fácil de ser resolvida

do que uma de $99 + 77$, que exige domínio de saber onde deve ser colocado a “sobra” da soma em algoritmos. Dominar os procedimentos da adição é fundamental para que o aprendizado da multiplicação futuramente não seja prejudicado. Assim, Vergnaud (2009, p.185) afirma que “Se as crianças ainda têm dificuldades com a reserva da adição, podem-se esperar fracassos piores com a multiplicação”.

O mesmo acontece com a subtração, onde a dificuldade se torna mais visível quando precisamos “pegar emprestado” para conseguir tornar a conta resolvível. Vergnaud (2009, p.177) destaca que o uso de dispositivos materiais e a relação do conteúdo com o cotidiano auxilia muito na assimilação dessas operações, onde a “adição e a subtração não seriam [tão] bem ensinadas se não fosse feita uma referência frequente a situações implicando essas operações”.

O ensino da multiplicação normalmente tende a praticar a mesma forma adotada no ensino da adição e da subtração, utilizando uma escala do mais fácil para o mais difícil. Nesse caso, quando trabalhada seguindo esse formato de progressão de dificuldade, a multiplicação tende a ser iniciada associando-a à adição de parcelas iguais. Os PCN reconhecem, mas não condenam esse tipo de abordagem, logo no primeiro parágrafo sobre esse conteúdo:

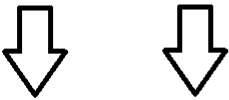
Uma abordagem freqüente no trabalho com a multiplicação é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição. Nesse caso, a multiplicação é apresentada como um caso particular da adição porque as parcelas envolvidas são todas iguais. (BRASIL, 1997, p. 71)

Atenta-se, entretanto, que esse tipo de abordagem só é possível quando os fatores do problema são repetidos igualmente um número x de vezes. Num dos exemplos anteriores mostrados nos PCN, no grupo de *multiplicação comparativa*, temos o valor, R\$ 5,00, e a quantidade de vezes que esse valor se repete, 2 vezes. Esse problema pode ser representado de modo simplificado pela conta 2×5 , ou simplesmente pela adição de parcelas iguais: $5 + 5$

A atenção que se deve ter para o uso exclusivo desse modo simplificado, está na explicação de que essa primeira abordagem não garante por si só a compreensão dos outros tipos de multiplicação, senão aquelas que contêm apenas a concepção aditiva.

Outra precaução está na afirmação de que calcular axb é o mesmo que calcular bxa . Entende-se, e devemos concordar, como muitas vezes dito nas aulas de Matemática, que na multiplicação “a ordem dos fatores não altera o produto”. Isso é fato. Porém, mesmo que o produto final seja o mesmo em ambas as contas, devemos ter atenção ao significado implícito aos fatores que essa igualdade esconde. E, para ajudar a entender o que isso quer dizer, podemos utilizar a adição. O quadro explicativo 1, ilustra isso de maneira mais clara:

Quadro explicativo 1

<p>Ponto de vista 1: Igualdade em relação aos resultados obtidos.</p> $4 \times 7 = 7 \times 4$  <p>28 28</p>	<p>Ponto de Vista 2: Diferença em relação à quantidade que cada fator representa na conta.</p> $4 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7$ <p>"quatro vezes o número sete"</p> $7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ <p>"sete vezes o número quatro"</p>
---	--

Elaborado pelo autor

Conseguir mostrar essas peculiaridades ao aluno que aprendeu recentemente a multiplicação não é tarefa simples. As propriedades da multiplicação são complexas, ao mesmo tempo em que podem parecer fáceis, por isso merecem atenção.

[A] comutatividade da multiplicação no plano numérico permite realmente inverter o papel do multiplicador e o do multiplicando. Mas são necessárias certas precauções pedagógicas para que as crianças aceitem essa comutatividade porque lhes é preciso, na verdade, fazer a abstração do que esses números representam. (VERGNAUD, 2009, p.184)

Essas várias faces que a multiplicação apresenta são suficientes para percebermos que ela não pode, nem consegue ser aprendida em sua totalidade, se for restringida a uma única forma de ensinar. Por isso,

Um dos grandes “nós” que afligem os educadores matemáticos é compreender que a aquisição e a compreensão de um dado conceito pelos alunos não se dá, unicamente, com a apresentação de um tipo de situação (não emerge daí, somente) e, por outro lado, que uma dada situação pode vir a envolver mais do que um só conceito, por mais simples que possa ser aos nossos olhos. Portanto, conceitos matemáticos têm significado para o aluno quando são percebidos por ele a partir de uma variedade (tão extensa quando necessário for) de situações nas quais pode ser sentida sua importância. Por outro lado, uma dada situação pode apresentar diferentes conceitos envolvidos, ou seja, ela necessita de mais de um conceito para ser analisada e compreendida. (TEIXEIRA, 2011, p.6)

Uma das saídas para trabalhar um ensino significativo da multiplicação é utilizar materiais diversificados como forma de oferecer algo concreto, visível ou palpável, em que o aluno possa perceber a relação existente entre a multiplicação e o material oferecido. Vale

ressaltar sempre que, da mesma forma que esses materiais têm sua importância no auxílio ao aprendizado, isso não exclui a possibilidade de inserção de propostas que incentivem o raciocínio abstrato à medida que o aluno domine tal conteúdo.

A Tabela Pitagórica ou Tábua de Pitágoras, ou ainda Tabela ou Tabuada da Multiplicação foi criada pelo famoso filósofo e matemático grego Pitágoras (séc. VI – V a.C.), e constitui uma alternativa bastante acessível como material de apoio, fácil de ser montada e que oferece uma visão geral da multiplicação e seus resultados. Sua estrutura é composta por uma tabela quadriculada, onde a primeira coluna vertical e a primeira coluna horizontal, numeradas sequencialmente de 0 a 10 constituem os fatores da multiplicação, e sua interseção apresenta o produto.

Tabela 1

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Confeccionado pelo autor

As múltiplas possibilidades de trabalho com a Tabela Pitagórica fazem dela um instrumento útil no ensino da multiplicação nos anos iniciais. Vergnaud (2009) vai além disso e mostra, através de uma tabela cartesiana (ver Plano Cartesiano 1) muito semelhante à Tabela Pitagórica, que ela também pode ser utilizada para trabalhar a divisão. Além de valorizar esse tipo de tabuada, ele chama atenção para outras características que esse tipo de tabela possui: “O estudo das propriedades dessas tabuadas, as simetrias, as repetições, as leis das séries, ocasiona exercícios interessantes” (VERGNAUD, 2009, p.192). Ele defende também que esses tipos de tabuada devem ficar ao alcance dos alunos, como forma de apoio quando for necessário, podendo ficar exposto na sala de aula, ou até mesmo com cópias produzidas por eles próprios.

Uma das muitas utilidades dessa tabela, senão a principal, diz respeito à possibilidade do registro escrito de resultados dos cálculos de multiplicação feitos pelos alunos, com a possibilidade de trabalhar a memorização da tabuada, muito polêmica, mas também importante,

pois fornece agilidade no momento da realização dos cálculos. Nesse caso, cabe ao professor abordar a memorização de maneira compreensiva, e não usá-la simplesmente de forma mecânica.

Plano Cartesiano 1

base dez									
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fonte: Reprodução de VERGNAUD, 2009, p. 192

Vergnaud (2009) opina sobre o uso desse tipo de tabela:

Da mesma maneira que uma tabuada apenas, na forma de tabela cartesiana, é suficiente para a adição e a subtração, uma só tabuada é suficiente para a multiplicação e a divisão, uma por base naturalmente. Pode-se fazer com que as próprias crianças as componham, e delas façam uso tanto quanto lhes for necessário, inclusive no caso da base dez. O conhecimento decorado da tabuada de base dez torna-se rapidamente indispensável. Mais ainda, este conhecimento deve ser adquirido não por uma aprendizagem e uma recitação decoradas, mas por exercícios de cálculo rápido, os quais permitam às crianças captar o interesse que efetivamente há em se conhecer de cor certos resultados. (VERGNAUD, 2009, p. 191)

Os PCN defendem a memorização, mas quando esta, por sua vez, é trabalhada de maneira reflexiva, em que o estudante tem ciência de como se chegou a tal resultado:

Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos. (BRASIL, 1997, p.74)

A Tabela Pitagórica, quando trabalhada em conjunto aos exercícios, além de ajudar na memorização, pode também exemplificar a propriedade comutativa da multiplicação. Assim, fica fácil observar nas linhas e colunas que 4×5 , 4×6 e 4×7 vão ter os mesmos resultados que 5×4 , 6×4 e 7×4 respectivamente. Ou seja, mesmo que mudem os fatores, o resultado será o mesmo. Com isso, pode-se perceber que com apenas metade dos resultados da tabela,

consegue-se preencher a outra metade, possibilitando repetir resultados já encontrados: 4×5 vai ter portanto o mesmo resultado de 5×4 .

Todos os meios de trabalho aqui apresentados são apenas algumas representações entre uma infinidade de modos diferentes de iniciar o ensino da multiplicação em anos iniciais do Ensino Fundamental. Os parâmetros que nortearam a escolha dos métodos de abordagem do conteúdo de multiplicação não devem ser tomados como verdade única para outras realidades, preservando assim a diversidade dos diferentes modos de ensino desta operação. A contribuição esperada é a de que os significados da operação de multiplicar devam ir para além do “ensino de algoritmos dissociados do trabalho com situações-problema, ou seja, como se a operação correspondesse ao cálculo formal” (AZERÊDO, 2015, p.5). Vários fatores contribuíram para a escolha do tema desse trabalho, perpassando as práticas pedagógicas, os autores citados e os materiais diversos utilizados, e cada um destes fatores servirão como base para a análise da pesquisa de campo.

O próximo capítulo descreverá a metodologia utilizada para tratamento das pesquisas realizadas, os dados colhidos e o ambiente em que ocorreu o estudo.

3. METODOLOGIA

Para que o estudo apresentado aqui pudesse demonstrar maior confiança, o mesmo foi dividido em duas etapas. Seguindo o que Dario Fiorentini e Sergio Lorenzato (2012) pontuam em seu livro *Investigação em Educação Matemática* sobre uma estrutura investigativa, é importante observar que

existem dois momentos fundamentais num processo de investigação: o de formulação do *problema* ou da *questão* de investigação e o de construção das *conclusões* da pesquisa. Entretanto, para chegar-se a uma conclusão ou a uma resposta consistente e confiável para a questão/pergunta de investigação, precisamos buscar ou construir um caminho (isto é, uma alternativa metodológica mais segura possível), o qual permita, de maneira satisfatória, tratar o problema ou responder à questão de investigação. (FIORENTINI & LORENZATO, 2012, p.60)

A primeira etapa assumiu uma perspectiva exploratória (diagnóstica), buscando verificar a viabilidade de investigar as dificuldades dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação à Matemática, até então considerada uma suposição, dada a experiência pessoal negativa tida por mim com a disciplina nesse mesmo nível de ensino. Explicar-se-ia, então, a intenção de fundamentar a primeira parte da investigação: o “Por que realizar esta pesquisa?” (FIORENTINI & LORENZATO, 2012, p.61)

Para tanto, a primeira etapa desse trabalho de investigação compôs-se de uma pesquisa (ver Anexo I) de caráter quantitativo através de perguntas/respostas e também opções de múltipla escolha. A pesquisa foi realizada on-line, com auxílio da ferramenta Google Forms (Formulários Google), e foi divulgada em grupo fechado tendo como público alvo alunos e professores da Pedagogia da UNIRIO no Facebook.

O prognóstico esperado era de que os entrevistados declarassem a Matemática como disciplina em que mais tiveram dificuldade durante os anos iniciais do Ensino Fundamental, fato esse relacionado diretamente ao embasamento teórico inicial sobre a formação dos professores que atuam nesse mesmo nível de ensino. Vale aqui lembrar: se o professor da turma se sente inseguro em relação ao conteúdo/matéria, é natural que seu aluno replique o mesmo sentimento.

A minha relação enquanto pesquisador desse tema poderia servir também para alívio próprio ao poder concluir que o problema no aprendizado da Matemática não era exclusividade minha, mas de muitos. Fiorentini e Lorenzato (2012) esclarece a importância dessa relação/ligação entre pesquisador e projeto de pesquisa:

Antes de dar início à elaboração de um projeto de pesquisa, o pesquisador precisa ter em vista, ainda que de forma ampla, um assunto ou tema de seu interesse. É preferível que esse tema tenha relação com suas experiências e seus conhecimentos prévios e instigue a sua curiosidade. Pode ser algo que o perturbe – um problema que necessite

ser resolvido ou, pelo menos, mais bem compreendido. (FIORENTINI & LORENZATO, 2012, p.81)

Se o prognóstico se concretizasse nos resultados estaria, portanto, de acordo com a minha experiência pessoal negativa, também em Matemática e nesse mesmo nível de ensino, e isso tornaria compreensível a viabilidade da realização da segunda etapa da pesquisa, dessa vez em campo com estudantes do primeiro segmento do Ensino Fundamental.

A segunda etapa pretenderia num primeiro momento investigar a origem das dificuldades em Matemática que os alunos da Pedagogia possivelmente retratariam na pesquisa anterior. Nesse momento, a peça-chave para decidir o ponto de partida seria remetido às minhas próprias dificuldades enquanto estudante de Matemática nos anos iniciais. Essas dificuldades eram basicamente originárias dos cálculos que envolviam a divisão e a multiplicação. Como as duas operações são amplas, decidimos direcionar o foco desse estudo somente para a multiplicação. Daí, explica-se a escolha da palavra-chave deste trabalho, multiplicação, e a forma de abordagem que ao invés de apontar falhas, busca alternativas diferenciadas de ensiná-la com ajuda de materiais como a Tabela Pitagórica, e faz uma análise com base nos caminhos percorridos pelos alunos na resolução de problemas envolvendo essa operação.

Entendendo a importância de um bom planejamento precedente às aulas, que não pode ser confundido nem resumido a um percurso pré-moldado de conteúdos organizados de forma linear, obedecendo a regras de escala do mais fácil ao mais difícil, decidi utilizar formas que eu julgava mais lúdicas nas aulas que antecederam a aplicação das atividades, como elemento facilitador do aprendizado e da compreensão.

A investigação aconteceu junto às turmas às quais eu estava realizando estágio supervisionado dois anos após ocorrer o primeiro contato com uma turma de 4º ano da mesma escola, a qual abordei a experiência no capítulo 1 deste trabalho, e que foi o ponto de partida para o interesse pela temática.

A partir da declaração da professora da nova turma de que a maioria dos alunos do 3º e do 4º ano da escola ainda estavam aprendendo o campo aditivo, pois não dominavam as operações de adição e subtração, optamos por aplicar as atividades à turma do 3º Ano, composta por 17 alunos, para investigar as possíveis causas das dificuldades de aprendizagem do campo multiplicativo.

As atividades avaliativas foram organizadas em duas fases. A primeira fase era composta por atividades do campo aditivo (ver Anexo II). Decidimos nas reuniões de planejamento que se os alunos tivessem dificuldade com o campo aditivo, não fariam parte da investigação na segunda fase, essa com atividades sobre o campo multiplicativo (ver Anexo III), uma vez que

é necessário o domínio do campo aditivo para que o entendimento da multiplicação não tivesse nenhum impedimento.

O resultado da primeira fase mostrou que, dos 17 alunos que participaram, somente 4 acertaram todas as questões que envolviam conteúdos de adição e subtração. Era esperado um número bem maior em relação ao resultado desses alunos, tendo em vista que os alunos do 3º ano já deveriam dominar, de acordo com os PCN, as operações básicas do campo aditivo. A explicação da professora da turma remetia aos problemas decorrentes da aprovação automática, em que afirmava que os alunos passavam de ano sem ter aprendido o mínimo necessário. Remetia também à falta de infraestrutura de materiais disponíveis para trabalhar as disciplinas.

Dessa forma, mesmo com número reduzido em comparação ao início, aplicamos somente a esses 4 alunos as 5 atividades do campo multiplicativo. Antes de aplicar as atividades, investiguei os 4 alunos e descobri que com exceção de um aluno que só sabia a tabuada do 1 ao 6, que os demais sabiam todas as tabuadas, do 1 ao 9, de cor. Assim, apresentei e expliquei aos alunos a Tabela Pitagórica, com o objetivo de facilitar a visualização das operações de multiplicação de 0 a 10. Essa tabela foi utilizada em conjunto aos exercícios seguintes, preenchendo-a a cada exercício realizado. Esperava-se com isso, que os alunos pudessem estabelecer uma relação entre os resultados obtidos no cruzamento das linhas e colunas da Tabela Pitagórica com algumas propriedades da multiplicação.

Em suma, a metodologia deste trabalho foi dividida, na ordem apresentada, em:

- a) Tentativa de fundamentação para o prosseguimento no tema com a realização de pesquisa com alunos da Pedagogia;
- b) Aplicação de atividades do campo aditivo aos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental;
- c) Aplicação de atividades do campo multiplicativo somente aos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental que obtivessem êxito no campo aditivo.
- d) Análise dos dados obtidos sob a luz das referências teóricas.

Ao final das aplicações das atividades, de acordo com a base teórica utilizada na elaboração do trabalho, houve a análise dos resultados obtidos, que serão apresentados no capítulo seguinte.

4. ANÁLISE DO ESTUDO

4.1. Pesquisa com alunos da Pedagogia da UNIRIO: dificuldades nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A primeira parte da pesquisa, como já mencionado no capítulo anterior, foi realizada com alunos da Pedagogia da UNIRIO e buscou verificar a viabilidade da continuação do tema em estudo. Esse tipo de pesquisa é denominado por Fiorentini e Lorenzato (2012) como *Levantamento* ou *Survey*:

É um tipo de estudo exploratório que procura abranger um grande número de sujeitos, mediante aplicação de questionários (previamente validados) a um grupo menor de sujeitos, definidos por amostragem. Mas, tal qual uma foto, esse método de pesquisa fornece uma visão estática e momentânea. Entretanto, ela mostra-se útil quando se deseja obter uma visão geral de uma situação ou problema. (FIORENTINI & LORENZATO, 2012, p.106)

Realizada no início do primeiro semestre de 2016, ela serviu como uma necessidade de obter respostas no meio do caminho, entre o início do estudo e a aplicação/análise da pesquisa de campo. As perguntas foram formuladas para se apresentarem de forma indireta, não subentendido, evitando influenciar a resposta dos participantes.

Foram entrevistados 45 participantes, em sua maioria, 84%, graduandos do curso de Pedagogia da UNIRIO, como mostra o gráfico 2. Os estudantes que declararam estar no Ensino Médio (Curso Normal), Mestrado ou Doutorado também puderam fazer parte da pesquisa porque a análise realizada aqui estuda as dificuldades enfrentadas durante o primeiro segmento do Ensino Fundamental, nível que esses alunos, assim como os da Pedagogia, também já passaram.

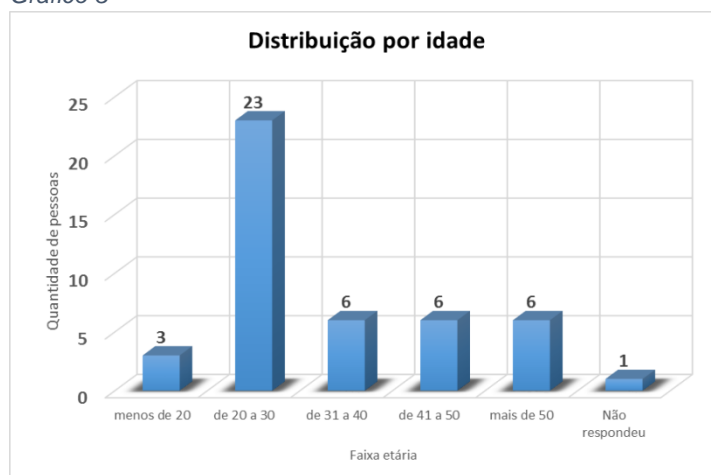
Gráfico 2



Fonte: elaborado pelo autor

Pela pesquisa também podemos constatar que as idades dos pesquisados estão em sua maioria, 51%, na faixa dos 20 a 30 anos (ver Gráfico 3).

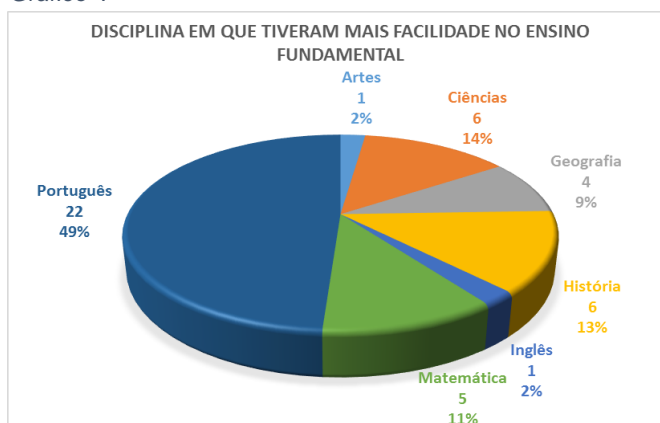
Gráfico 3



Fonte: Elaborado pelo autor

A primeira pergunta a ser respondida pelos pesquisados era a seguinte: “Qual disciplina/matéria você teve mais **FACILIDADE** em aprender durante os anos iniciais do *Ensino Fundamental*?” Foi esclarecido que a resposta só poderia contemplar uma única disciplina/matéria. Então, tivemos como resultado mais citado a disciplina de Língua Portuguesa, com 49% das respostas (ver Gráfico 4).

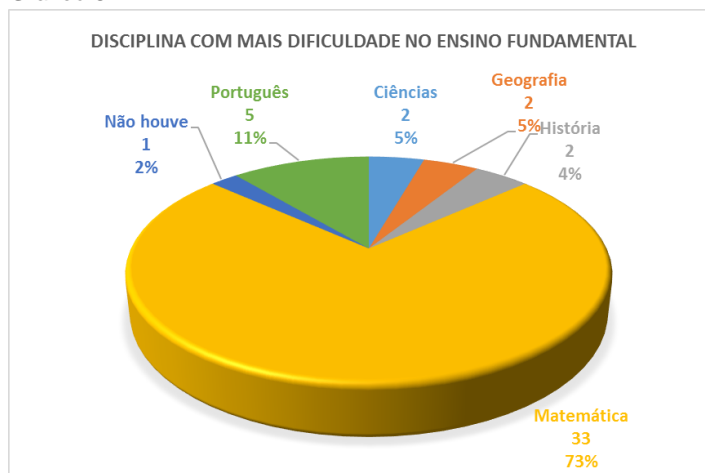
Gráfico 4



Fonte: Elaborado pelo autor

Porém, ao serem perguntados “Qual disciplina/matéria você teve mais **DIFICULDADE** em aprender durante os anos iniciais do *Ensino Fundamental*?”, a resposta mais citada foi a Matemática, com expressivos 73% (ver Gráfico 5).

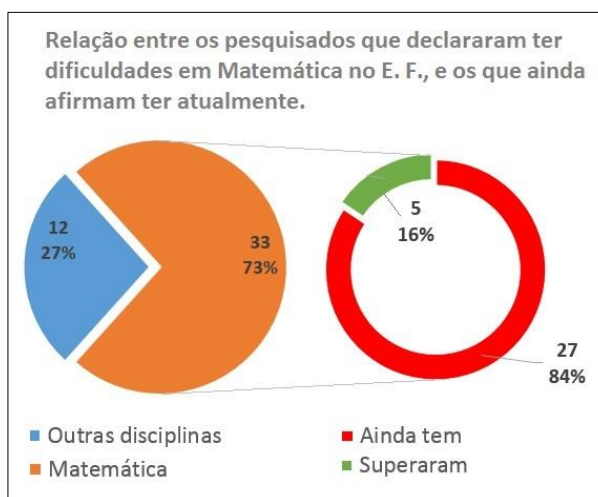
Gráfico 5



Fonte: Elaborado pelo autor

A dificuldade em aprender Matemática durante a passagem pelo Ensino Fundamental é um problema evidente, como mostrou o gráfico 5, mas que não desperta surpresa em professores da área. No entanto, a situação torna-se mais preocupante quando observamos o gráfico 6, onde os pesquisados que admitiram ter enfrentado dificuldade em Matemática no Ensino Fundamental assumem que ainda tem dificuldades nessa disciplina.

Gráfico 6

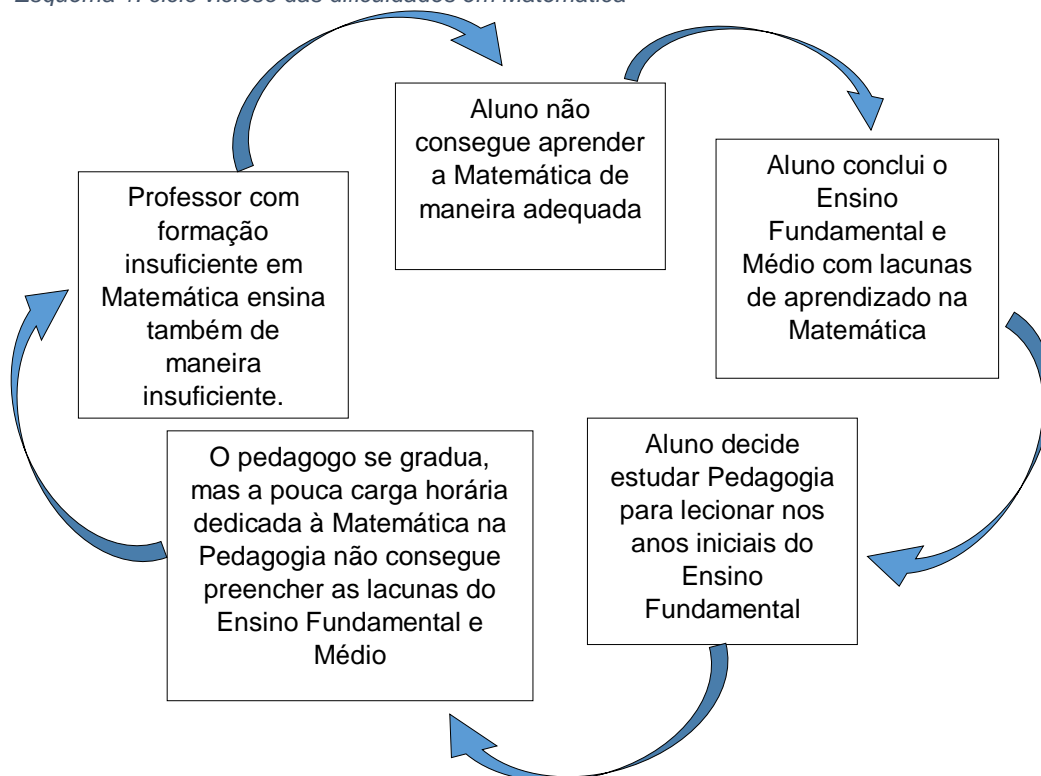


Fonte: Elaborado pelo autor

Destacando o fato de que os pesquisados são compostos majoritariamente por alunos graduandos da Pedagogia, que muito provavelmente serão futuros professores, tem-se aí uma das possíveis explicações para um número tão alto de pessoas com dificuldades no aprendizado de Matemática nas séries que compõem o primeiro segmento do Ensino Fundamental. De

maneira mais clara, forma-se, portanto, um ciclo vicioso representado no esquema abaixo (ver esquema 1):

Esquema 1: ciclo vicioso das dificuldades em Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor

Verificamos, dessa forma, que há um paradoxo entre o curto tempo dedicado à aprendizagem dos pedagogos à Matemática, e o espaço significativo que essa disciplina ocupa no currículo da Educação Básica. O próprio PCN reconhece esse déficit na formação inicial do professor quando afirma que “parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada” (BRASIL, 1997, p.22).

Uma forma eficiente de quebrar esse ciclo vicioso poderia estar no aumento da oferta de disciplinas de Matemática. Outra forma seria a inserção do professor que já atua nas salas de aula em programas de formação continuada, visando preencher as lacunas que porventura ainda existam. Vale ressaltar, portanto, a importância que Grandó (2000) dá à formação continuada do professor, quando reforça que

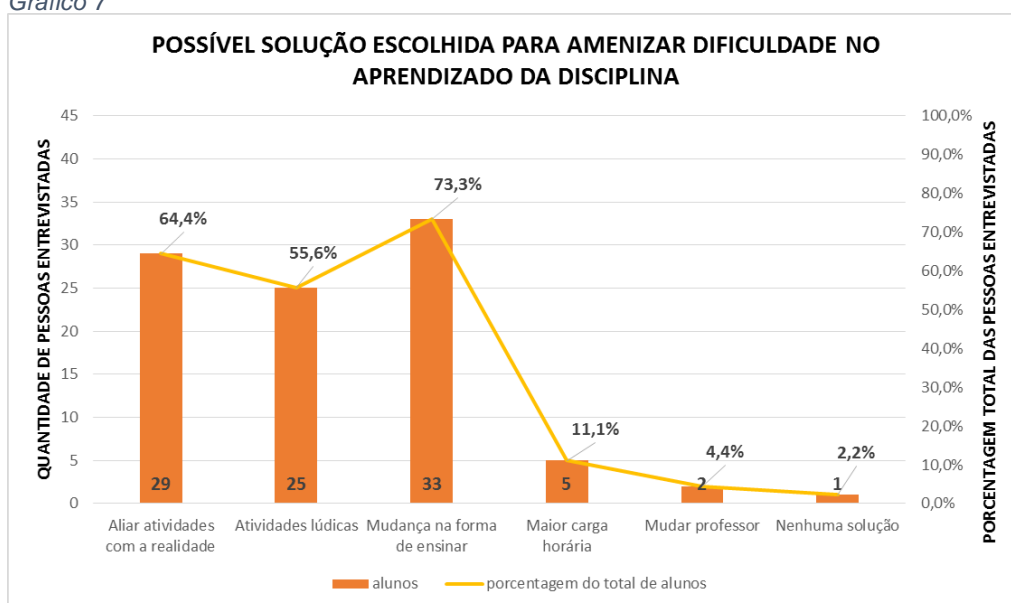
é necessário ao professor-educador também uma formação continuada para que possa assumir o conteúdo a ser ensinado como dinâmico e que pode ser criado, transformado e apreendido, dependendo da ação metodológica transformadora a ser desencadeada nas salas de aula. (GRANDÓ, 2000. p.12)

Outro obstáculo encontrado na Matemática diz respeito ao modo como ela é ensinada nas aulas. Reconhecemos que houve muitos avanços ultimamente, entretanto o ensino dessa disciplina se restringiu até há pouco tempo ao método tradicional de transmissão de conhecimento por repetição de exercícios, com utilização intensa de algoritmos sem qualquer relação a problemas ou atividades que fizessem referência à realidade, muito menos com utilização de ferramentas pedagógicas diferenciadas. A observação feita por pedagogos em formação no estágio supervisionado revela que essa postura ainda está bastante presente nas aulas dos anos iniciais.

O fato de a pesquisa ter apontado uma alta incidência de alunos que tiveram dificuldades em Matemática, poderia até mesmo ter relação com o contato que esses alunos provavelmente tiveram com a antiga forma de ensino dessa disciplina. Grandó (2000) reconhece que há necessidade de mudança dessa forma de ensino quando diz que, para “um processo de ensino-aprendizagem da Matemática realmente significativo, é preciso que seja possível ao aluno estabelecer um sistema de relações entre a prática vivenciada e a construção e estruturação do vivido, produzindo conhecimento” (GRANDÓ, 2000, p.13). Nessa mesma linha de raciocínio, os PCN consideram que “a atividade Matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1997, p.19).

A clareza da necessidade de haver mudança na forma de se ensinar Matemática fica evidente quando observamos o gráfico 7, em que os entrevistados escolhem, entre seis opções,

Gráfico 7



as que mais acham conveniente para responder à questão “*Em sua opinião, você acha que sua dificuldade de aprendizagem poderia ter sido amenizada por...*”.

Como vemos no Gráfico 7, as opções mais escolhidas estão relacionadas à forma de abordagem da Matemática pelos professores, o que reforça os argumentos já apresentados nesse trabalho e pode estar relacionado diretamente à formação do professor que ensina essa disciplina. Isso porque, como mostrado no esquema 1, um professor que tem dificuldades em Matemática, muito provavelmente fará seus alunos herdarem essas mesmas dificuldades ou, no mínimo, não terá ferramentas pedagógicas conceituais para ajudar o aluno a avançar na reflexão matemática.

Com os dados obtidos nessa pesquisa on-line, podemos afirmar, sem generalizar, que o professor exerce um papel fundamental no aprendizado do aluno. Lembramos, contudo, que a pesquisa foi realizada com 84% de alunos graduandos do curso de Pedagogia, e que se essa pesquisa tivesse sido realizada com uma quantidade expressiva de professores ativos, provavelmente as causas do fracasso ou sucesso escolar seriam atribuídas a outros motivos, como por exemplo às condições de trabalho, ao ambiente, etc., mas esse assunto é amplo e daria uma outra pesquisa específica somente para desenvolvê-lo.

Sendo assim, neste trabalho podemos utilizar a multiplicação como “termômetro” da eficiência do aprendizado da Matemática nos anos iniciais. Ela pode mostrar implicitamente, por exemplo, falhas do processo inicial de aprendizagem de conceitos básicos, como as operações aditivas, e os caminhos que os alunos percorrem na resolução dos problemas podem indicar onde estão as lacunas do aprendizado.

4.2. Pesquisa de campo: como os alunos do 3º ano do E.F. lidam com a multiplicação?

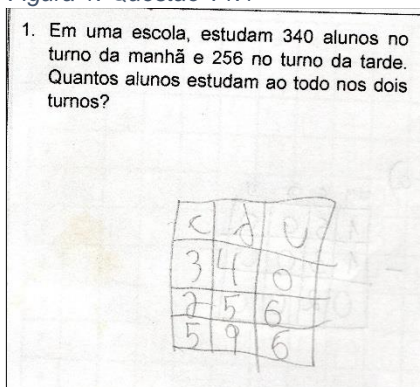
Para a aplicação das atividades com a turma de 3º ano do E.F. foram necessários dois dias. A minha participação na turma, como já mencionado, fazia parte de um estágio supervisionado no período matutino. A escolha da aplicação de exercícios do campo aditivo, que envolveria adição e subtração, foi feita objetivando verificar a capacidade de domínio que esses alunos teriam dessas operações, para somente então avançar para o campo multiplicativo. Todos os 17 alunos da turma foram convidados a participar do teste, e todos aceitaram sem recusa.

4.2.1. Teste T1: Análise de capacidade de resolução de tarefas do campo aditivo

O primeiro teste, nomeado aqui de T1, foi essencial para definir quais alunos participariam do segundo, que envolveria a multiplicação. Como havia sido alertado pela professora com antecedência, e devido a experiência de poder acompanhar a turma dias antes da aplicação, esperava-se que certa quantidade de alunos não conseguisse avançar da primeira fase, que testava as habilidades do campo aditivo. Ainda assim tentamos trabalha-lo, mesmo obtendo o alarmante resultado de que apenas 4 dos 17 alunos conseguiram resolver todas as quatro questões do teste do campo aditivo sem nenhuma dificuldade.

A primeira questão do T1 (T1.1) trazia um problema de adição direta. Tal questão estimulava a capacidade de interpretação e trabalhava o uso da adição: “*Em uma escola estudam 340 alunos no turno da manhã e 256 no turno da tarde. Quantos alunos estudam ao todo nos dois turnos?*” Essa questão já foi suficiente para mostrar certa quantidade de alunos que não conseguiam ao menos armar o algoritmo, um claro sinal de dificuldade na interpretação do problema. Esses precisaram de ajuda na leitura do enunciado. Aqueles que conseguiram armar o algoritmo sozinhos seguiram o cálculo normalmente. Um detalhe curioso (ver Figura 1) deve-

Figura 1: Questão T1.1



Fonte: Reprodução do teste T1

se a um dos 4 alunos que avançaram para o teste T2, que mostrou domínio no uso do QVL. Porém, mesmo sabendo realizar os cálculos sem precisar desenhar o QVL, em todas as questões seguintes insistiu em usá-lo, admitindo ser hábito, e não uma necessidade.

A segunda questão, T1.2, foi além, comparada à primeira, e apresentou-se na ordem invertida, quando se depende de cálculos indiretos para alcançar a resposta. Mais uma vez muitos alunos tiveram dificuldade em interpretar a questão, e também em usar o QVL. No entanto, houve exceções de alunos que conseguiram interpretar e resolver o problema, até mesmo de maneira mais direta, “de cabeça” sem utilizar muitas contas (ver Figura 2).

A terceira questão, T1.3 (ver Figura 3), exigiu comparação de dados para a realização dos cálculos. Nessa questão, somente os quatro alunos que avançaram ao T2 conseguiram resolvê-la. Todos os demais alunos não conseguiram realizar os cálculos daí em diante.

Figura 2: Questão T1.3

3. Observe na tabela abaixo o número de habitantes de 3 municípios. Depois, responda às questões.

População dos municípios	
Município	Número de habitantes
A	47 000
B	20 000
C	24 000

a) Quantos habitantes há a mais no município A que no município C? 23,000

b) Quantos habitantes há ao todo nos 3 municípios? 91,000

Fonte: Reprodução do teste T1

Figura 4: Questão T1.4

4. Observe no gráfico abaixo a quantidade de bicicletas produzidas por uma empresa no 1º trimestre de um ano e responda às questões.

Quantidade de bicicletas produzidas

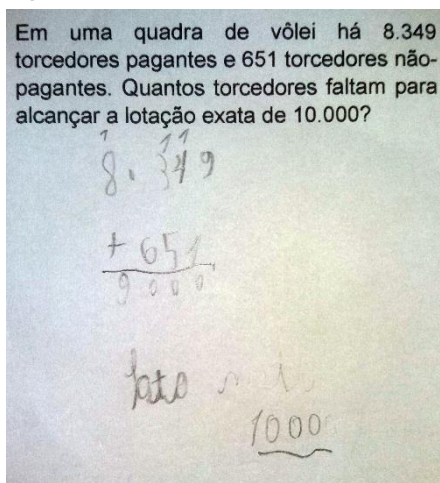
a) Quantas bicicletas foram produzidas em fevereiro a mais que em janeiro? 200

b) Quantas bicicletas foram produzidas em março a mais que em janeiro? 800

c) Quantas bicicletas foram produzidas nesse trimestre? 49000

Fonte: Reprodução do teste T1

Figura 3: Questão T1.2



Fonte: Reprodução do teste T1

A quarta questão, T1.4, foi formulada de forma idêntica à terceira questão, necessitando a análise de dados para sua resolução (ver Figura 4). Novamente, somente os quatro alunos que avançaram ao T2 conseguiram resolvê-la. Nesse momento encerrou-se a aplicação do primeiro teste.

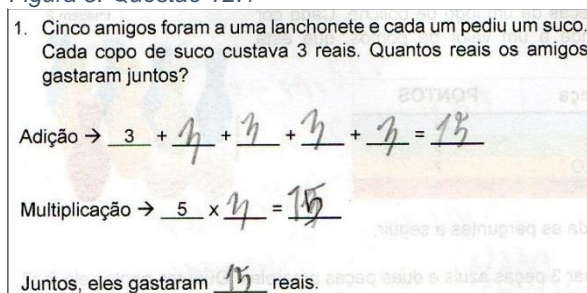
4.2.2. Teste T2: Compreensão das ideias do Campo Multiplicativo / Tabela Pitagórica

Como acordado anteriormente, o teste T2 só seria aplicado àqueles alunos que acertassem todas as questões de adição e subtração do teste T1. Então, somente 4 dos 17 alunos da turma realizaram essa etapa. Para mais comodidade, os 4 alunos realizaram o teste em sala à parte da turma.

Depois de iniciado a aplicação do primeiro teste e de já terem conhecido a Tabela Pitagórica, buscou-se também que os alunos pudessem estabelecer uma relação entre os resultados obtidos nas linhas e colunas da Tabela Pitagórica com a multiplicação aditiva, percebendo essa propriedade na medida em que fossem preenchendo os números nas linhas horizontais. Partimos então para a aplicação das 5 atividades multiplicativas no teste T2.

Na primeira atividade multiplicativa do teste T2 (T2.1) selecionamos um problema que envolvia multiplicação aditiva. Os alunos não tiveram dificuldade para resolvê-la. Todos

Figura 5: Questão T2.1



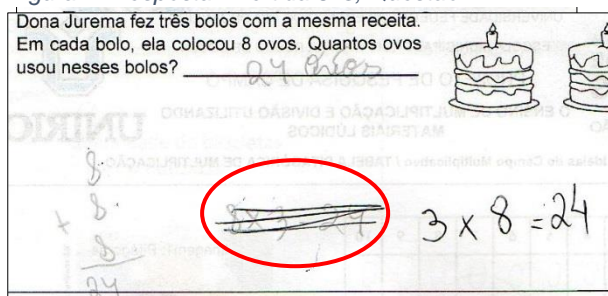
Fonte: Reprodução do teste T2

utilizaram a adição de parcelas iguais e depois fizeram a continha armada (ver Figura 5) da multiplicação, indicada na folha da questão.

Na atividade T2.2, o problema poderia ser resolvido por multiplicação proporcional, mas todos responderam pela adição (ver Figura 6). Nem utilizaram a multiplicação aditiva porque não havia indicação da operação: $___ \times ___ = ___$. Então, perguntei de que outra forma essa questão poderia ser resolvida. Ainda assim, nenhum aluno conseguiu indicar outra maneira de realizar a conta. Então, quando expliquei porque se tratava de uma multiplicação, indicando que a conta feita por eles, $8+8+8=24$, representava o número 8 repetido três vezes, logo todos escreveram como seria a representação: $3 \times 8 = 24$. Um aluno inverteu a ordem e escreveu $8 \times 3 = 24$ (ver Figura 7). Devido ao curto tempo, não abordei as diferenças existentes em escrevê-las invertidas, mas seria uma boa oportunidade de aprofundar e ensinar aos alunos as regras da comutatividade na multiplicação.

Figura 6: Questão T2.2

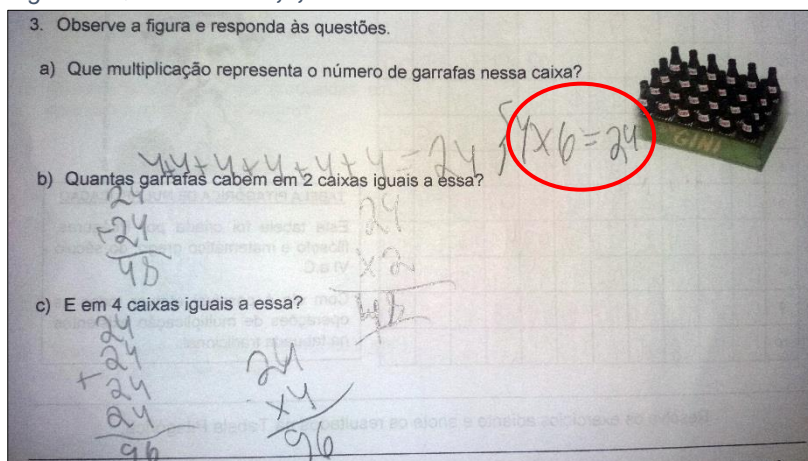
Figura 7: Resposta invertida 8×3 , Questão T2.2



Fonte: Reprodução do teste T2

Na atividade T2.3-a, o problema envolvia uma multiplicação retangular. Um aluno contou 4 garrafas em uma fila e fez: $4+4+4+4+4+4=24$ (ver Figura 8). Os outros 3 alunos contaram as garrafas de uma em uma. Um bom material a ser trabalhado em casos como este é o papel quadriculado e outro que pode ser aproveitado é a Tabela Pitagórica. Então, expliquei como se faziam cálculos em que ocorressem formas retangulares utilizando quadradinhos desenhados. À medida que eu ampliava a quantidade de quadradinhos desenhados na própria folha, o entendimento sobre a multiplicação retangular mostrava-se mais óbvio aos alunos. Só então houve a representação $4 \times 6 = 24$ (ver destaque em vermelho na Figura 8), que ainda não era a ideal, pois a resposta certa, dentro do raciocínio utilizado pelos alunos, seria $6 \times 4 = 24$. Da mesma forma que Vergnaud analisa os caminhos que os alunos percorrem para resolver um problema, pressuponho que houve um equívoco do aluno ao associar o modo de cálculo de linhas \times colunas comparando a caixa de refrigerantes à distribuição no papel quadriculado e à Tabela Pitagórica.

Figura 8: Questão T2.3-a,b,c

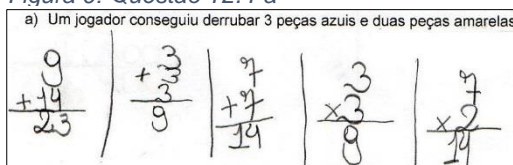


Fonte: Reprodução do teste T2

No entanto, nas questões T2.3-b e T2.3-c, que tinham a ideia proporcional, os alunos mantiveram-se utilizando a adição de parcelas iguais, ao invés da multiplicação.

Na atividade T2.4-a, o problema envolvia proporção. Todos resolveram por cálculo mental, respondendo diretamente a quantidade de pontos solicitada. Pensaram e me explicaram da seguinte maneira: “3 peças azuis valem 9 pontos e 2 as peças amarelas valem 14 pontos. Tudo dá 23”. No entanto, ao pedir para que eles registrassem no papel a conta que fizeram mentalmente, notei que ainda permaneciam com o cálculo de adição. Novamente, tornei a

Figura 9: Questão T2.4-a

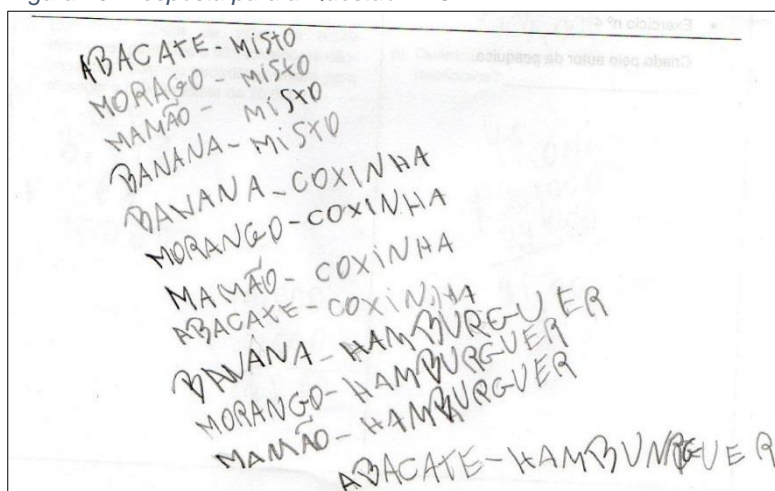


Fonte: Reprodução do teste T2

indagá-los sobre outra forma que pudessem representar aquela conta, o que somente ocorreu após eu indicar a multiplicação (ver Figura 9). O mesmo ocorreu com as questões T2.4-b e T2.4-c.

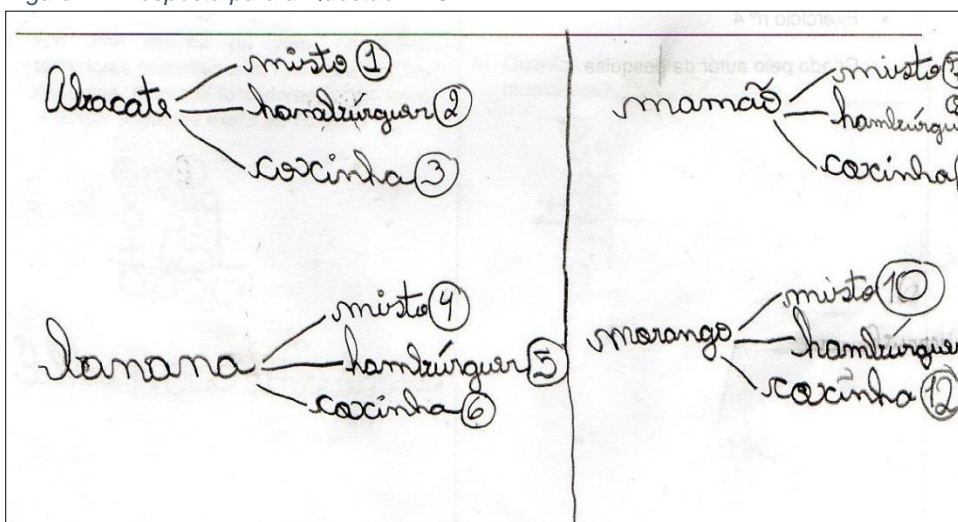
Na atividade T2.5, o problema envolvia multiplicação combinatória. Mesmo olhando a indicação da multiplicação, não a resolveram. Somente um aluno encontrou uma solução (ver Figura 10) fazendo uma lista com os pares de lanche e vitamina. Os demais somente deram uma solução após eu ter apresentado exemplos similares verbalmente, como a combinação de uniforme de jogadores e opções de roupas para se utilizar numa boneca, mas também seguiram com a lista de pares combinados, com exceção de uma aluna, que optou pela árvore de possibilidades após eu ter mostrado o exemplo no quadro, anotando as quantidades à medida que ia fazendo (ver Figura 11).

Figura 10: Resposta para a Questão T2.5



Fonte: Reprodução do teste T2

Figura 11: Resposta para a Questão T2.5



Fonte: Reprodução do teste T2

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O objetivo geral do presente trabalho pretendia indicar as possíveis causas das dificuldades de aprendizagem da multiplicação pelos alunos de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou-se com a aplicação dos testes T1 e T2 aos alunos do 3º ano do E.F., analisar os caminhos que os alunos percorreriam para a resolução dos problemas propostos. Esses caminhos indicariam possíveis falhas no processo de aprendizado no início da escolarização, causador de insucessos das séries seguintes. Vergnaud (2009) dá exemplo disso:

A análise dos procedimentos não é por si própria suficiente para esgotar a análise científica dos problemas colocados pelo ensino da Matemática. Na verdade, os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação. (VERGNAUD, 2009, p.18)

Foi por meio de atividades desafiadoras que instigam à reflexão que os estudantes puderam refletir sobre o conceito de multiplicação. Assim, optou-se pelo uso dos *problemas* em todas as questões dos testes T1 e T2.

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.

Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. (BRASIL, 1997, p.33)

É preciso ao professor saber quais materiais e conteúdos ensinar e o momento que serão convenientes. Aos alunos também é importante saber em que momento utilizar os conceitos aprendidos. Os testes T1 e T2 evidenciaram, por exemplo, que não adiantaria querer trabalhar a multiplicação, quando os alunos nem ao menos dominavam os campos aditivos. Esse estudo nos remete às palavras de Abrão e Silva (2012), que afirmam que

“Cada vez mais educadores querem que seus educandos desenvolvam a habilidade de construir a compreensão dos conceitos matemáticos de forma que interpretem o significado destes, reconhecendo quando devem ser aplicados, bem como a limitação desta aplicabilidade” (ABRÃO e SILVA, 2012, p.69).

O trabalho no teste T2 abordou a multiplicação de forma abrangente nos seus diferentes aspectos: *aditivo, proporcional, retangular e combinatório*. Isso possibilitou que os alunos pudessem perceber as diferentes possibilidades de cálculo e quando deveriam utilizar cada formato. Assim, numa próxima oportunidade de contar a quantidade de garrafas em uma caixa de refrigerante, os alunos muito possivelmente irão utilizar o cálculo retangular ao invés de contar uma a uma.

Os testes aplicados também permitiram perceber que há uma limitação da abordagem dos professores dos anos iniciais com uso da adição de parcelas iguais para explicar a multiplicação. Comprova-se isso na análise do teste T2, onde os alunos utilizaram de forma unânime a adição de parcelas iguais para resolução de todos os problemas.

Canôas (1997) analisou 7 coleções de livros de Matemática para anos iniciais do ensino fundamental em sua tese de mestrado e constatou que 5 delas abordavam a operação de multiplicação, tanto nos números naturais como nos racionais, concentradas apenas nas continuidades de raciocínio [aditivo] e não trabalhavam as descontinuidades. “Com isso, o professor pode ser induzido a pensar que a única ideia associada à operação de multiplicação é a soma de parcelas iguais, levando-o a não explorar, por exemplo, o raciocínio combinatório” (CANÔAS, 1997, p.32). Hoje, quase 20 anos após a análise de Canôas, podemos afirmar que a maioria dos livros didáticos aprovados no PNLD possuem atividades que abordam as 4 ideias do campo multiplicativo. Mesmo assim, como observamos na pesquisa, grande parte dos alunos pesquisados utilizaram a adição de parcelas iguais como forma de resolverem os exercícios, o que demonstra que o fato das 4 ideias estarem presentes nos livros didáticos não garante que todos sejam trabalhados pelo professor.

Buscar fontes diferentes para fundamentar o ensino de multiplicação e de todos os outros conteúdos é importante para conhecimento dos métodos disponíveis visando um ensino mais abrangente, mais amplo. Faz sentido, portanto, a adoção de alternativas facilitadoras para o ensino e o aprendizado, como a Tabela Pitagórica utilizada nesta pesquisa e a formação continuada que possibilite a aprendizagem conceitual e didática da matemática.

Desse modo, concluímos que a melhoria do aprendizado da multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental depende de vários fatores, entre eles a construção de uma base sólida de aprendizado sobre os campos aditivos e o Sistema de Numeração Decimal, perpassando pelo uso consciente do QVL (Quadro Valor de Lugar). Não obstante, o trabalho permanente de formação continuada dos professores é, sem dúvida, fator diferencial na qualidade do ensino e do aprendizado, quebrando o ciclo vicioso existente nos vários espaços educativos Brasil afora.

6. CONCLUSÕES

Concluimos que os alunos envolvidos no estudo utilizaram de forma unânime a adição de parcelas iguais (multiplicação aditiva) para a realização de todas as questões multiplicativas, mesmo aquelas que indicavam tipos diferenciados de multiplicação, como a multiplicação retangular e a multiplicação combinatória.

O fato de os alunos do 3º ano dominarem o campo aditivo os ajudou a solucionar problemas de multiplicação utilizando o entendimento da multiplicação aditiva, uma multiplicação que pode ser resolvida como uma adição de parcelas iguais, mesmo sem terem ainda estudado a multiplicação.

É triste observar que apesar de terem condições de avançarem na aprendizagem do campo multiplicativo, esses 4 alunos continuavam a estudar somente o campo aditivo em sala de aula, isso porque a professora da turma queria estabelecer um único planejamento e seguir um único programa, visto que a maioria dos alunos não dominavam o campo aditivo.

Confirma-se que “a implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho” (BRASIL, 1997, p.22).

Pela observação em sala de aula e pelos resultados das atividades do campo aditivo aplicadas com essa pesquisa, tem-se o entendimento de que, caso a professora mantenha as mesmas práticas habitualmente utilizadas, os 13 alunos que ainda não dominam o campo aditivo, vão continuar sem dominá-lo porque eles ainda não entendem o Sistema de Numeração Decimal e não sabem usar o Quadro Valor de Lugar.

Para a aprendizagem significativa, é fundamental superar o ensino tradicional e estimular o aluno a pensar, “dado que o desinteresse pela escola não deve ser visto como algo normal e rotineiro, fator este que muitas vezes reflete falhas na metodologia de ensino utilizada pelo professor” (ABRÃO e SILVA, 2012, p.68). Tudo isso nos retorna a Vergnaud e a importância de se ter a didática como a chave do conhecimento escolar. “E, dentro da didática da Matemática, a das estruturas aditivas não é a mesma das estruturas multiplicativas (...). A da Educação Física não é igual para o vôlei e o tênis, ainda que exista uma relação entre esses dois esportes”(VERGNAUD, 2008, p.23).

A experiência obtida com a realização desse trabalho foi significativa para minha formação como professor dos anos iniciais, pois permitiu como pesquisador enxergar a Matemática de maneira crítica, para além do mero cálculo de algoritmos. Não obstante, também é de grande relevância as contribuições obtidas através dos resultados da pesquisa com os estudantes da Pedagogia, que revelou o quanto e em que precisa ainda ser investido para o preparo dos futuros professores que lidarão com a Matemática.

REFERÊNCIAS

ABRÃO, R. K.; SILVA, J. A. da. **A Análise do Uso dos Jogos para o Desenvolvimento do Pensamento Lógico-Matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 67-80, maio 2012. ISSN 1981-1322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p67/21791>> Acesso em set. 2015.

AZERÊDO, M. A. de. **Investigando o Ensino de Multiplicação nos anos iniciais: pesquisa e formação profissional**. In: 37ª Reunião Anual da ANPED - PNE: Tensões e Perspectivas para a Educação Pública Brasileira, 2015, Florianópolis. Anais da 37ª Reunião Anual da ANPED, 2015. Disponível em <<http://37reuniao.anped.org.br/wp-content/uploads/2015/02/Trabalho-GT19-4547.pdf>> Acesso em jan. 2016

BORBA, R. **O raciocínio combinatório na educação básica**. In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. (X Enem), Salvador, BA, 2010. Disponível em <<http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/PA/Palestra15.pdf>>. Acesso em nov. 2015.

BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN)**. Volume 3: Matemática, 1ª a 4ª. Brasília. MEC/SEF. 1997.

CANÔAS, S. S. **O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Anos iniciais (1ª a 4ª série)**. 1997. 209f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. Ed. Ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012, 228 p.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa** / Paulo Freire. – São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FRITSCHÉ, R.; OLIVEIRA, A. (org.) **Projeto Qedu: Aprendizado dos Alunos: Proficiência**. São Paulo, 2015. Disponível em <<http://www.qedu.org.br/brasil/proficiencia>>. Acesso em Jan. 2016

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula** / Regina Célia Grandó. Campinas, SP: [s.n.], 2000. Tese de Doutorado – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, São Paulo.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. L. **O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas**. Ciênc. educ. (Bauru) [online]. 2014, vol.20, n.2, pp.517-533. ISSN 1516-7313. <http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000200016> Acesso em 13 set. 2016

MARCON, D.; GRAÇA, A. B. S.; NASCIMENTO, J. V. **Reflexões sobre o processo de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo de futuros professores**. In: V Congresso Internacional de Filosofia e Educação. 2010, Caxias do Sul. Artigos do 5º CINFE, Caxias do Sul, RS: UCS, 2010. Disponível em <http://www.ucs.br/ucs/tplcinfe/eventos/cinfe/artigos/artigos/arquivos/eixo_tematico5/Reflex>

[oes%20sobre%20o%20Processo%20de%20Construcao%20do%20Conhecimento%20Pedagogico.pdf](#)> Acesso em nov. 2015. ISSN 2177-644X

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Artigo (Investigação em ensino de Ciências) - Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2002. 23 p. v. 7. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: nov. 2015.

SERRAZINA, L. **A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras.** Educação Matemática em Revista. São Paulo, v. 10, n. 14, p. 67-73, ago. 2003. Disponível em http://www.academia.edu/22439176/A_forma%C3%A7%C3%A3o_para_o_ensino_da_Mate
[m%C3%A1tica_perspectivas_futuras](http://www.academia.edu/22439176/A_forma%C3%A7%C3%A3o_para_o_ensino_da_Mate) Acesso em jun. 2016

SOUZA, K. N. V. As operações de multiplicação e divisão nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, Marília – SP. v.10, n.1, p. 258-272, mai. 2010

TEIXEIRA, P. J. M. Reflexões e desafios para as séries iniciais. In: Congresso Brasileiro de Matemática, 2., 2011, São Paulo. **Práticas Pedagógicas Envolvendo o Raciocínio Combinatório desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** [S.l.: s.n.], 2011. p.1-11. Disponível em: <http://www.sinprosp.org.br/congresso_matematica/revendo/dados/files/textos/Sessoes/PR%C3%81TICAS%20PEDAG%C3%93GICAS%20ENVOLVENDO%20O%20RACIOC%C3%8DNIO%20COMBINAT%C3%93RIO%20DE.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2015.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade.** Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

_____. Todos perdem quando a pesquisa não é colocada em prática. [set., 2008]. Entrevistador: G. P. Grossi. **Nova Escola**, São Paulo, edição 215, set. 2008. (Fala Mestre!) Disponível em <<http://acervo.novaescola.org.br/matematica/fundamentos/todos-perdem-quando-nao-usamos-pesquisa-pratica-427238.shtml>> Acesso em dez. 2015

ANEXOS

ANEXO I

Cópia do formulário de pesquisa aplicado on-line a estudantes de Pedagogia da UNIRIO

Título da Pesquisa: *Pesquisa sobre aprendizado na vida escolar*

Justificativa da Pesquisa: *Essa pesquisa tem foco a obtenção de respostas para colaborar na construção de uma monografia, e tem como objetivo principal analisar quais as dificuldades encontradas por alunos durante o percurso escolar no Ensino Fundamental, Médio e (caso tenha) Ensino Superior.*

As questões marcadas com * são de preenchimento obrigatório.

Nome (opcional): _____

E-mail (opcional): _____

Idade*: _____

Escolaridade atual*:

- Ensino Fundamental (1º segmento - 1º ao 5º ano)
- Ensino Fundamental (2º segmento - 6º ao 9º ano)
- Ensino Médio
- Graduação
- Mestrado
- Doutorado
- Outro: _____

Qual disciplina/matéria você teve mais FACILIDADE em aprender durante os anos iniciais do Ensino Fundamental? (RESPONDA SOMENTE 1 MATÉRIA) *

Qual disciplina/matéria você teve mais DIFICULDADE em aprender durante os anos iniciais do Ensino Fundamental? (RESPONDA SOMENTE 1 MATÉRIA) *

Você ainda tem dificuldades nessa mesma disciplina de quando era do Ensino Fundamental?

- Sim
- Não

Em sua opinião, você acha que sua dificuldade de aprendizagem poderia ter sido amenizada por...

- Atividades lúdicas
- Mudança de professor
- Mudança na forma de ensinar a matéria/disciplina
- Maior carga horária dedicada à matéria/disciplina
- Aliar as atividades com o cotidiano/realidade
- Nenhuma solução
- Outro: _____

ANEXO II

Teste T1 - Capacidade de compreensão do Sistema de Numeração Decimal e das operações de adição e de subtração.

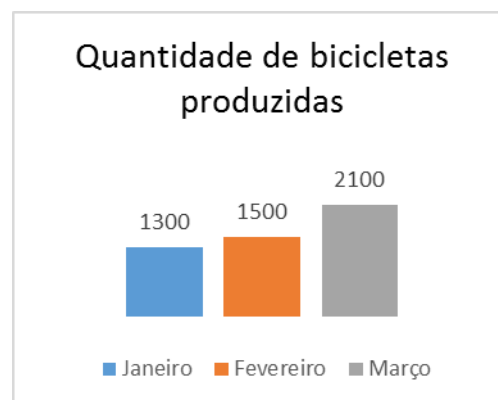
1. Em uma escola, estudam 340 alunos no turno da manhã e 256 no turno da tarde. Quantos alunos estudam ao todo nos dois turnos?
2. Em uma quadra de vôlei há 8.349 torcedores pagantes e 651 torcedores não-pagantes. Quantos torcedores faltam para alcançar a lotação exata de 10.000?
3. Observe na tabela abaixo o número de habitantes de 3 municípios. Depois, responda às questões.

- a) Quantos habitantes há a mais no município A que no município C?
- b) Quantos habitantes há ao todo nos 3 municípios?

População dos municípios	
Município	Número de habitantes
A	47 000
B	20 000
C	24 000

4. Observe no gráfico abaixo a quantidade de bicicletas produzidas por uma empresa no 1º trimestre de um ano e responda às questões.

- a) Quantas bicicletas foram produzidas em fevereiro a mais que em janeiro?
- b) Quantas bicicletas foram produzidas em março a mais que em janeiro?
- c) Quantas bicicletas foram produzidas nesse trimestre?



REFERÊNCIAS

SANCHEZ, Marisa Martins. *Buriti Matemática*. v.4. São Paulo, SP: Moderna, 2010. Exercícios nº 3 e nº 4: Adaptados da página 43

- Tabela: Reprodução página 43
- Gráfico: Reprodução página 43

ANEXO III

Teste T2: Análise da compreensão das ideias do Campo Multiplicativo / TABELA PITAGÓRICA DE MULTIPLICAÇÃO

Resolva os exercícios adiante e anote os resultados na Tabela Pitagórica.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

1. Cinco amigos foram a uma lanchonete e cada um pediu um suco. Cada copo de suco custava 3 reais. Quantos reais os amigos gastaram juntos?

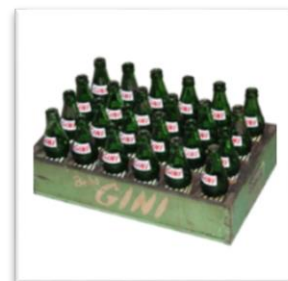
Adição $\rightarrow 3 + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Multiplicação $\rightarrow 5 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Juntos, eles gastaram $\underline{\quad}$ reais.

2. Dona Jurema fez três bolos com a mesma receita. Em cada bolo, ela colocou 8 ovos. Quantos ovos ela usou nesses bolos?
3. Observe a figura e responda às questões.

- a) Que multiplicação representa o número de garrafas nessa caixa?
- b) Quantas garrafas cabem em 2 caixas iguais a essa?
- c) E em 4 caixas iguais a essa?



4. Na imagem ao lado há 10 peças de um jogo de boliche. Cada cor diferente de peça corresponde a um valor de pontos, que está descrito na tabela abaixo

Cor da peça	PONTOS
AZUL	3
VERDE	5
AMARELO	7
VERMELHO	9



Observando a tabela, responda as perguntas a seguir.

- a) Um jogador conseguiu derrubar 3 peças azuis e duas peças amarelas. Quantos pontos ele fez?
- b) Outro jogador derrubou 2 peças verdes e 1 peça vermelha. Qual foi a pontuação feita por ele?
- c) Qual a quantidade de pontos um jogador faria se derrubasse todas as peças?

5. A lanchonete de Diego oferece diversas opções de lanches e vitaminas para seus clientes. Observe o cardápio e descubra quantas possibilidades diferentes de escolha de um tipo de vitamina com um tipo de lanche existem na lanchonete.



Multiplicação \rightarrow $\quad \times \quad = \quad$

Há \quad possibilidades diferentes de escolha. Registre na Tabela Pitagórica o resultado correspondente.

REFERÊNCIAS

Exercício nº 1: Página 98.

Exercício nº 3: Adaptado da página 103.

Exercício nº 5: Adaptado da página 98.

SANCHEZ, Marisa Martins. **Buriti Matemática**. v.4. São Paulo, SP: Moderna, 2010.

Exercício nº 2: Adaptado de “Caderno de Teoria e Prática 3”, Página 36.

BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Diretoria de Assistência a Programas Especiais. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar: GESTAR I**. Matemática. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, 2007

Figura: peças de boliche

<https://tricae-a.akamaihd.net/p/NewArt-Toys-Mini-Boliche-Colorido-10-pinos-2-bolas-NewArt-Toys-Colorido-8392-896791-1.jpg>

Figura: refrigerante [http://br.vazlon.com/static/pics/2013/11/06/Mini-engradado-Antigo-brinde-colecionavel-da-](http://br.vazlon.com/static/pics/2013/11/06/Mini-engradado-Antigo-brinde-colecionavel-da-Coca-Cola-20131106180912.jpg)

[Coca-Cola-20131106180912.jpg](http://br.vazlon.com/static/pics/2013/11/06/Mini-engradado-Antigo-brinde-colecionavel-da-Coca-Cola-20131106180912.jpg)

Exercício 4: criado pelo autor do trabalho